

Wymagania na poszczególne oceny z matematyki

Kursywą zaznaczone zostały treści, które, mimo, że nie są objęte podstawą programową, to warto je omówić z uczniami.

| CELE KSZTAŁCENIA W UJĘCIU OPERACYJNYM WRAZ Z OKREŚLENIEM WYMAGAŃ | | | | |
|---|---|---|---|--|
| JEDNOSTKA TEMATYCZNA | Kategorie celów nauczania: A — zapamiętanie wiadomości B — rozumienie wiadomości C — stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych D — stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych | | | Poziomy wymagań edukacyjnych: K — konieczny — ocena dopuszczająca (2) P — podstawowy — ocena dostateczna (3) R — rozszerzający — ocena dobra (4) D — dopełniający — ocena bardzo dobra (5) W — wykraczający — ocena celująca (6) |
| | podstawowe | | | ponadpodstawowe |
| | KATEGORIA A Uczeń zna: | KATEGORIA B Uczeń rozumie: | KATEGORIA C Uczeń potrafi: | KATEGORIA D Uczeń potrafi: |
| 1. ZBIORY | | | | |
| <p>Zbiory i działania na zbiorach</p> | <ul style="list-style-type: none"> • <i>pojęcia: liczba naturalna, całkowita, wymierna, nie-wymierna, rzeczywista (K)</i> • <i>symboliczny zapis zbioru liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych i rzeczywistych (K)</i> • <i>pojęcia: podzbiór, zbiór pusty, zbiory rozłączne, zbiory skończone i nieskończone (K)</i> • <i>symboliczny zapis zdań: element a należy / nie należy do zbioru A (K)</i> • <i>pojęcia: iloczyn, suma i różnica zbiorów (K)</i> • <i>symboliczny zapis zawierania się zbiorów i działań na zbiorach (K)</i> • <i>różne sposoby opisu zbioru liczbowego (K)</i> | <ul style="list-style-type: none"> • <i>pojęcia: podzbiór, zbiór pusty, zbiory rozłączne, zbiory skończone i nieskończone (K)</i> • <i>pojęcia: iloczyn, suma i różnica zbiorów (K)</i> | <ul style="list-style-type: none"> • <i>podawać elementy zbiorów skończonych (K)</i> • <i>interpretować zbiory nieskończone (P)</i> • <i>graficznie przedstawiać zawieranie się zbiorów oraz sumę, różnicę i iloczyn dwóch zbiorów (K)</i> • <i>wyznaczać podzbiory, sumy, różnice i iloczyny dwóch zbiorów ($K - P$)</i> • <i>określać liczebność zbioru opisanego w typowy sposób (P)</i> | <ul style="list-style-type: none"> • <i>graficznie przedstawiać zawieranie się zbiorów oraz sumę, różnicę i iloczyn więcej niż dwóch zbiorów (D)</i> • <i>wyznaczać podzbiory, sumy, różnice i iloczyny więcej niż dwóch zbiorów (D)</i> • <i>określać liczebność zbioru opisanego w nietypowy sposób i spełniającego kilka warunków ($R - D$)</i> |

| | | | | |
|--|--|--|--|---|
| Przedziały liczbowe | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie przedziału otwartego i domkniętego (K) • pojęcie przedziału nieograniczonego (K) • różne sposoby opisu przedziału liczbowego (K) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie przedziału otwartego i domkniętego (K) • pojęcie przedziału nieograniczonego (K) | <ul style="list-style-type: none"> • zapisywać przedziały liczbowe opisane symbolicznie lub graficznie za pomocą jednego warunków: $a < x < b$, $a \leq x \leq b$, $a < x \leq b$, $a \leq x < b$, $x > a$, $x \geq a$, $x < a$, $x \leq a$ (K) • zaznaczać przedziały opisane symbolicznie lub za pomocą warunków na osi (K) • wyznaczać sumę, iloczyn i różnicę dwóch przedziałów liczbowych (P) • sprawdzać, czy podana liczba należy do przedziału (P) | <ul style="list-style-type: none"> • wykonywać złożone działania na więcej niż dwóch przedziałach liczbowych (R - D) • wykonywać złożone działania jednocześnie na przedziałach liczbowych i zbiorach, które nie są przedziałami liczbowymi (R - D) |
| 2. WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE | | | | |
| Zapisywanie i przekształcanie wyrażeń algebraicznych | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie wyrażenia algebraicznego (K) • pojęcie jednomianu i pojęcie jednomianu uporządkowanego (K) • pojęcie jednomianów podobnych (K) • pojęcie sumy algebraicznej (K) • sposób zapisu wszystkich liczb parzystych i nieparzystych za pomocą wyrażenia algebraicznego (P) | <ul style="list-style-type: none"> • zasadę redukowania wyrazów podobnych (K) • zasady zapisywania i nazywania wyrażeń algebraicznych (K - P) • zasady dodawania i odejmowania sum algebraicznych (K) • zasadę mnożenia sumy algebraicznej przez jednomian (K) • zasadę mnożenia sumy algebraicznej przez sumę algebraiczną (K) | <ul style="list-style-type: none"> • zapisywać proste wyrażenia algebraiczne (K) • odczytywać wyrażenia algebraiczne (K - P) • redukować wyrazy podobne (K - P) • obliczać wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych (K - R) <ul style="list-style-type: none"> • dodawać i odejmować sumy algebraiczne (K - P) • mnożyć sumy algebraiczne przez jednomiany (K - P) • mnożyć sumy algebraiczne (K - R) • doprowadzać wyrażenia algebraiczne do prostszej postaci (P - R) | <ul style="list-style-type: none"> • budować i nazywać wyrażenia algebraiczne o złożonej konstrukcji (D) • wykorzystywać wyrażenia do rozwiązywania zadań związanych z podzielnością i dzieleniem z resztą (D) |
| Wylączenie wspólnego czynnika przed nawias | <ul style="list-style-type: none"> • zasadę wylączenia jednomianu przed nawias (K) • metodę grupowania wyrazów (K) | <ul style="list-style-type: none"> • zasadę wylączenia jednomianu przed nawias (K) • metodę grupowania wyrazów (K) | <ul style="list-style-type: none"> • wylączyć jednomian przed nawias (K) • przedstawić wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu czynników, z których jeden jest podany (K) • zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, stosując metodę grupowania wyrazów w sytuacjach typowych (P) | <ul style="list-style-type: none"> • zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, w sytuacjach wymagających nietypowego pogrupowania wyrazów (R - W) |
| Wzory skróconego mnożenia | <ul style="list-style-type: none"> • wzory skróconego mnożenia (kwadrat sumy, kwadrat różnicy, różnica kwadratów, sześciąt sumy, | <ul style="list-style-type: none"> • potrzebę stosowania wzorów skróconego mnożenia | <ul style="list-style-type: none"> • stosować wzory skróconego mnożenia (K - R) • przekształcać wyrażenia algebraiczne do prostszej postaci, stosując wzory skróconego | <ul style="list-style-type: none"> • przekształcać złożone wyrażenia algebraiczne do prostszej postaci, stosując wzory skróconego mnożenia (D) |

| | | | | |
|-----------------------------------|--|---|---|--|
| | sześcian różnicy, różnica sześciątów, suma sześciątów oraz różnica n - tych potęg (K) | | mnożenia (P – R) • przedstawiać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu, stosując wzory skróconego mnożenia (P – R) | • przedstawiać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu, stosując wzory skróconego mnożenia w nietypowych sytuacjach (D) |
| Przekształcanie wzorów | | • konieczność zapisywania założeń dla wielkości występujących we wzorach (P) | • wyznaczać wskazaną wielkość z danego wzoru (K – P) • zapisywać odpowiednie założenia dla wielkości występujących we wzorach (K – P) | • wykonywać przekształcenia wzorów wymagające skomplikowanych operacji (D) |
| Twierdzenia. Dowodzenie twierdzeń | • definicję twierdzenia podanego w formie implikacji (K) • definicję twierdzenia podanego w formie równoważności (K) • elementy składowe twierdzenia: założenie i tezę (K) • zasadę dowodzenia metodą wprost (K) • zasadę dowodzenia metodą nie wprost (K) | • zasadę dowodzenia wprost (K) • zasadę dowodzenia nie wprost (K - R) • różnicę pomiędzy twierdzeniem a hipotezą (P - R) | • zapisać twierdzenie w postaci implikacji (K) • wskazać w twierdzeniu zapisanemu w formie implikacji założenie i tezę (K) • przeprowadzić dowód twierdzenia, że liczb pierwszych jest nieskończenie wiele (P - R) • przeprowadzać dowody prostych twierdzeń dotyczących podzielności liczb (P - R) • przeprowadzać dowody prostych twierdzeń dotyczących wyrażeń algebraicznych (P - R) • przeprowadzić dowody twierdzeń zapisanych w postaci równoważności (R) • znaleźć kontrprzykład, jeśli twierdzenie jest fałszywe (R) | • przeprowadzać dowody twierdzeń o niestandardowej treści (D) |
| 3. POTĘGI I PIERWIASKI | | | | |
| Potęgi o wykładnikach całkowitych | • definicję potęgi o wykładniku naturalnym i całkowitym ujemnym (K) • pojęcie notacji wykładniczej (P) • prawa działań na potęgach (K) | • definicję potęgi o wykładniku naturalnym i całkowitym ujemnym (K) • pojęcie notacji wykładniczej (K) • prawa działań na potęgach (K) • potrzebę stosowania praw działań na potęgach (P) • potrzebę stosowania notacji wykładniczej w praktyce (P) | • obliczać potęgi o wykładnikach całkowitych (K – P) • zapisywać liczby w postaci potęgi wykładnikach całkowitych (P) • zapisywać liczby w postaci iloczynu potęg wykładnikach całkowitych (P) • zapisywać liczby w notacji wykładniczej (P) • mnożyć i dzielić potęgi o jednakowych podstawach i całkowitych wykładnikach (K) • mnożyć i dzielić potęgi o jednakowych wykładnikach będących liczbami całkowitymi (K) • przedstawiać potęgi w postaci iloczynu i ilorazu potęg o jednakowych podstawach i całkowitych wykładnikach (P) • przedstawiać potęgi w postaci iloczynu i ilorazu potęg o jednakowych wykładnikach | • rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem działań na potęgach (D – W) • obliczać wartości złożonych wyrażeń arytmetycznych, w których występują potęgi o wykładnikach całkowitych (P) • przekształcać złożone wyrażenia algebraiczne, w których występują potęgi o wykładnikach całkowitych (P) • rozwiązywać niestandardowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem potęg o wykładnikach całkowitych (R - W) |

| | | | | |
|----------------------------------|---|---|---|---|
| | | | <ul style="list-style-type: none"> będących liczbami całkowitymi (P) • potęgować potęgi o wykładnikach całkowitych (K) • przedstawiać potęgi jako potęgi potęg, w których wykładniki są liczbami całkowitymi (P) • porównywać potęg o całkowitych wykładnikach (P - R) • obliczać potęgi o wykładnikach całkowitych z iloczynu i ilorazu (K) • doprowadzać wyrażenia do najprostszyc postaci, stosując działania na potęgach (P – R) • obliczać wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, w których występują potęgi o wykładnikach całkowitych (P) • przekształcać proste wyrażenia algebraiczne, w których występują potęgi o wykładnikach całkowitych (P) • rozwiązywać standardowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem potęg o wykładnikach całkowitych (P) • zamieniać jednostkę liczby zapisanej w notacji wykładniczej (R) • wykonywać działania na liczbach zapisanych w postaci notacji wykładniczej (P) • porównywać ilorazowo i różnicowo liczby podane w notacji wykładniczej (R) | |
| Potęgi o wykładnikach wymiernych | <ul style="list-style-type: none"> • definicję potęgi o wykładniku wymiernym (K) • prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych (K) | <ul style="list-style-type: none"> • definicję potęgi o wykładniku wymiernym (P) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczać potęgi o wykładnikach wymiernych (P) • zapisywać potęgi o wykładnikach wymiernych w postaci pierwiastków (K - P) • porównywać potęgi o wykładnikach wymiernych (P - R) • wykonywać działania na potęgach o wykładnikach wymiernych (P - R) • przekształcać proste wyrażenia arytmetyczne z zastosowaniem praw działań na potęgach o wykładnikach wymiernych (P) | <ul style="list-style-type: none"> • przekształcać złożone wyrażenia arytmetyczne z zastosowaniem praw działań na potęgach o wykładnikach wymiernych (D) |
| Pierwiastki | <ul style="list-style-type: none"> • definicję pierwiastka arytmetycznego n-tego stopnia ($n \in N$ i $n > 1$) (K) | <ul style="list-style-type: none"> • definicję pierwiastka arytmetycznego n-tego stopnia ($n \in N$ i $n > 1$) (K) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczać pierwiastki n-tego stopnia ($n \in N$ i $n > 1$) (K) • obliczać wartości prostych wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki (P) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczać wartości złożonych wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki (R – D) |

| | | | | |
|-------------------------------------|---|---|---|---|
| | <ul style="list-style-type: none"> • prawa działań na pierwiastkach: <ul style="list-style-type: none"> - pierwiastek iloczynu(K) -pierwiastek ilorazu (K) • wzór na obliczanie pierwiastka n – tego stopnia z n – tej potęgi (K) • wzór na obliczanie n– tej potęgi pierwiastka n – tego stopnia (K) | <ul style="list-style-type: none"> • prawa działań na pierwiastkach: <ul style="list-style-type: none"> - pierwiastek iloczynu(K) -pierwiastek ilorazu (K) • sposób obliczania pierwiastka n – tego stopnia z n – tej potęgi (K) • sposób obliczania n-tej potęgi pierwiastka n–tego stopnia (K) • potrzebę stosowania praw działań na pierwiastkach (P) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczać pierwiastki iloczynu i ilorazu (P) • obliczać iloczyny i ilorazy pierwiastków (P) • wyłączać czynnik przed znak pierwiastka (P) • włączać czynnik pod pierwiastek (P) • oszacować wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastek (P – R) • usunąć niewymierność z mianownika, który jest pierwiastkiem kwadratowym (K) • usunąć niewymierność z mianownika, który jest sumą albo różnicą zawierającą w zapisie pierwiastek kwadratowy (P) • usunąć niewymierność z mianownika, który jest pierwiastkiem stopnia trzeciego (P) • przeprowadzić dowód twierdzenia, że $\sqrt{2}$ jest liczbą niewymierną (P) • przeprowadzić dowód twierdzenia o niewymierności różnych pierwiastków np. $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ (R) | <ul style="list-style-type: none"> • przekształcać wyrażenia zawierające potęgi i pierwiastki, również z zastosowaniem wzoru $\sqrt{a^2} = a$ (R - D) • porównać wyrażenia zawierające pierwiastki (D) |
| Potęgi o wykładnikach rzeczywistych | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia potęg o wykładnikach: <ul style="list-style-type: none"> - całkowitym (K) - wymiernym (K) - rzeczywistym (P) • prawa działań na potęgach (K) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia potęg o wykładnikach: <ul style="list-style-type: none"> - całkowitym (K) - wymiernym (K) - rzeczywistym (P) • prawa działań na potęgach (K) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczać potęgi o wykładnikach wymiernych (K - R) • zapisywać liczby w postaci potęgi wykładniku rzeczywistym (K) • wykonywać działania na potęgach o wykładnikach rzeczywistych (K - R) • porównywać potęgi o wykładnikach rzeczywistych (P - R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem działań na potęgach wykładnikach rzeczywistych (R - D) |
| 4. LOGARYTMY | | | | |
| Pojęcie logarytmu | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie logarytmu (K) • pojęcie logarytmu dziesiętnego (P) • pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana (K) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie logarytmu (P) • pojęcie logarytmu dziesiętnego (P) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczać wartości logarytmów (K – R) • wykorzystywać kalkulator do obliczania logarytmów dziesiętnych (K – P) • stosować definicje logarytmu do obliczania podstawy logarytmu, gdy dana jest liczba logarytmowana i wynik logarytmowania oraz do obliczania liczby logarytmowanej, gdy dana jest podstawa logarytmu i wynik logarytmowania (K) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu (R - D) |

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | <ul style="list-style-type: none"> • porównywać liczby zapisane w postaci logarytmów (P – R) • zapisywać liczby w postaci logarytmu o podanej podstawie (P) • przeprowadzać dowody twierdzeń o niewymierności liczby zapisanej w postaci logarytmu np. $\log_2 5$ (P) • wyznaczać zmienne ze wzorów zawierających w zapisie potęgi i logarytmy (R) • obliczać wartości potęg, w których wykładnik zapisany jest w postaci logarytmu (R) | |
| Własności logarytmów | <ul style="list-style-type: none"> • twierdzenia o: <ul style="list-style-type: none"> – logarytmie iloczynu (K) – logarytmie ilorazu (K) – logarytmie potęgi (K) – zamianie podstawy logarytmu (P) | <ul style="list-style-type: none"> • twierdzenia o: <ul style="list-style-type: none"> – logarytmie iloczynu (P) – logarytmie ilorazu (P) – logarytmie potęgi (P) – zamianie podstawy logarytmu oraz potrzebę ich stosowania (R) | <ul style="list-style-type: none"> • wykonywać proste działania na logarytmach z wykorzystaniem twierdzeń: o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi (K) • zamieniać podstawę logarytmu (P) • przekształcać wyrażenia z logarytmami (P – R) • wykorzystać przybliżone wartości logarytmów oraz twierdzenia: o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do obliczenia przybliżonych wartości logarytmów (P – R) • zapisywać wyrażenie z logarytmami w postaci jednego logarytmu (P – R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń (R – D) • rozwiązywać zadania kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmowania (D – W) |
| 5. RÓWNANIA, NIERÓWNOŚCI, UKŁADY RÓWNAŃ | | | | |
| Rozwiązywanie równań | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie równania (K) • pojęcie rozwiązania równania (K) • pojęcia: równania równoważne, równania tożsamościowe, równania sprzeczne (P) • pojęcie równania mającego postać proporcji (K – P) • sposoby przekształcania równań (K) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie rozwiązania równania (K) • sposoby przekształcania równań (K) • sposoby przekształcania równań (K) | <ul style="list-style-type: none"> • przekształcać równania (K) • rozwiązywać równania (K – P) • sprawdzać, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (K – P) • zapisywać odpowiednie założenia dla równań mających postać proporcji (P) • opisywać treści zadań za pomocą równań (P) | <ul style="list-style-type: none"> • opisywać treści zadań problemowych i niestandardowych za pomocą równań oraz podawać rozwiązania tych zadań (D) |

| | | | | |
|---|---|---|---|--|
| Wielkości proporcjonalne. Zadania tekstowe | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie wielkości wprost proporcjonalnych (K) pojęcie wielkości odwrotnie proporcjonalnych (K) | <ul style="list-style-type: none"> różnice między wielkościami wprost proporcjonalnymi a wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi (K) | <ul style="list-style-type: none"> rozpoznać wielkości wprost proporcjonalne i wielkości odwrotnie proporcjonalne (K) rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności wielkości wprost proporcjonalnych (P) rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności wielkości odwrotnie proporcjonalnych (P) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać niestandardowe zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności wielkości wprost proporcjonalnych (R - D) rozwiązywać niestandardowe zadania z kontekstem praktycznym (R - D) |
| Rozwiązywanie nierówności | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie nierówności (K) pojęcie zbioru rozwiązań nierówności (K) pojęcie nierówności równoważnej (K) zasadę postępowania przy mnożeniu obu stron nierówności przez liczbę dodatnią albo ujemną (K) | <ul style="list-style-type: none"> interpretację geometryczną zbioru rozwiązań nierówności (P) zasadę postępowania przy mnożeniu obu stron nierówności przez liczbę dodatnią albo ujemną (P) | <ul style="list-style-type: none"> przekształcać nierówności (K) rozwiązywać nierówności (K - P) podawać interpretację geometryczną zbioru rozwiązań nierówności (P - R) opisywać treści zadań za pomocą nierówności (P) sprawdzać, czy dana liczba należy do zbioru rozwiązań nierówności (P) | <ul style="list-style-type: none"> opisywać treści zadań problemowych i niestandardowych za pomocą nierówności oraz podawać rozwiązania tych zadań (D) |
| Wartość bezwzględna w równaniach i nierównościach | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie wartości bezwzględnej liczby (K) interpretację geometryczną wartości bezwzględnej (K) | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie wartości bezwzględnej liczby (K) interpretację geometryczną wartości bezwzględnej (K) sposób pozbywania się znaku wartości bezwzględnej (P - R) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać równania, w których występuje wartość bezwzględna (K - P) rozwiązywać nierówności, w których występuje wartość bezwzględna (K - P) zapisywać nierówność, mając podany jej zbiór rozwiązań. (P - R) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać równania, w których występuje dwukrotnie wartość bezwzględna (D - W) rozwiązywać nierówności, w których występuje dwukrotnie wartość bezwzględna (D - W) |
| Układy równań | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie układu dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi (K) pojęcie rozwiązania układu równań liniowych metody rozwiązywania układów równań liniowych: podstawiania i przeciwnych współczynników (K) | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie rozwiązania układu równań liniowych (K) sposoby rozwiązywania układów równań liniowych przy użyciu metody podstawiania i metody przeciwnych współczynników (K) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać układy równań liniowych metodą podstawiania (K - P) rozwiązywać układy równań liniowych metodą przeciwnych współczynników (P - R) sprawdzać, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań liniowych (K - P) zapisywać treści zadań w postaci układów równań (P) | <ul style="list-style-type: none"> opisywać treści zadań problemowych i niestandardowych za pomocą równań oraz przedstawiać ich rozwiązania (D - W) rozwiązywać układy trzech (czterech) równań liniowych z trzema (czterema) niewiadomymi (D - W) |
| Układy oznaczone, nieoznaczone i sprzeczne | <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny (P) | <ul style="list-style-type: none"> sposób rozpoznawania układów równań oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych (K) | <ul style="list-style-type: none"> rozpoznawać układy równań oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych (K) opisywać zbiór rozwiązań układu nieoznaczonego (P) | <ul style="list-style-type: none"> wyznaczać wartość parametru, dla którego podany układ równań jest oznaczony, nieoznaczony albo sprzeczny (D - W) |

| | | | | |
|-------------------|--|--|---|--|
| Zadania tekstowe | <ul style="list-style-type: none"> • sposób przeprowadzania analizy zadania tekstowego (K) | | <ul style="list-style-type: none"> • opisywać treści zadań za pomocą równań (K) • opisywać treści zadań za pomocą nierówności (P) • zapisywać treści zadań w postaci układów równań (P) • rozwiązywać standardowe zadania tekstowe z zastosowaniem równań, nierówności i układów równań (P – R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać niestandardowe zadania tekstowe z zastosowaniem równań, nierówności i układów równań (R – D) |
| 6. FUNKCJE | | | | |
| Pojęcie funkcji | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie funkcji (K) • pojęcia: dziedzina funkcji, argument, wartość funkcji, zbiór wartości funkcji • pojęcie miejsca zerowego (K) • różne sposoby opisywania funkcji (K) | <ul style="list-style-type: none"> • korzyści płynące ze stosowania różnych sposobów opisywania funkcji (P) | <ul style="list-style-type: none"> • rozpoznawać przyporządkowania, które są funkcjami (P) • określać dziedzinę funkcji, zbiór jej wartości (K -P) oraz liczebność tych zbiorów (P - R) • odczytywać wartości funkcji dla danego argumentu lub argument dla danej wartości z: tabelki, grafu, wykresu, opisu słownego funkcji (K) • wskazywać miejsca zerowe funkcji (K) • podawać argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie lub ujemne (P) • wskazywać wartość najmniejszą i największą funkcji (K) | <ul style="list-style-type: none"> • podać argumenty, dla których wartości funkcji spełniają określone warunki (R) • szkicować przykładowe wykresy funkcji spełniających określone własności (R – D) |
| Czytanie wykresów | <ul style="list-style-type: none"> • sposób opisu funkcji za pomocą wykresu (K) | | <ul style="list-style-type: none"> • odczytywać z wykresów funkcji ciągłych: <ul style="list-style-type: none"> - dziedzinę i zbiór wartości funkcji (K) - miejsca zerowe funkcji (K) - zbiór argumentów, dla których wartości funkcji są dodatnie lub ujemne (K) - zbiór argumentów, dla których wartości funkcji są mniejsze lub większe od podanej liczby (K) - wartość największą i najmniejszą funkcji (K) • odczytywać z wykresów funkcji nieciągłych: <ul style="list-style-type: none"> - dziedzinę i zbiór wartości funkcji (P) - miejsca zerowe funkcji (P) - zbiór argumentów, dla których wartości funkcji są dodatnie lub ujemne (P) - zbiór argumentów, dla których wartości funkcji są mniejsze lub większe od podanej liczby (P) - wartość największą i najmniejszą funkcji (P) | <ul style="list-style-type: none"> • szkicować przykładowe wykresy funkcji spełniających określone własności (R – D) |

| | | | | |
|--------------------------------|---|--|--|--|
| | | | | |
| Wzory i wykresy funkcji | <ul style="list-style-type: none"> • różne sposoby zapisu wzoru funkcji (K) • sposób opisu funkcji za wykresu (K) | | <ul style="list-style-type: none"> • ustalać dziedzinę funkcji określonej wzorem, której wyznaczenie wymaga rozpatrzenia jednego warunku (K) • ustalać dziedzinę funkcji określonej wzorem, której wyznaczenie wymaga rozpatrzenia więcej niż jednego warunku (P - R) • sprawdzać, czy dany punkt należy do wykresu funkcji o podanym wzorze (K - P) • obliczać wartości funkcji opisanej jednym wzorem (K - P) • obliczać wartości funkcji opisanej różnymi wzorami w określonych przedziałach (P) • sprawdzać, czy podana liczba jest miejscem zerowym funkcji (K - P) • na podstawie wzoru znajdować punkty należące do wykresu funkcji (P - R) • dopasowywać wykres funkcji do jej wzoru (P - R) • analizować zależności między dwiema wielkościami opisane za pomocą wzoru lub wykresu funkcji (P - R) | <ul style="list-style-type: none"> • przedstawiać funkcje za pomocą wzoru (R) • dopasować wykres funkcji do jej opisu słownego (R) • zapisywać wartość funkcji za pomocą wyrażenia algebraicznego np. $f(a - 1)$, $f(3k + 1)$ (R) |
| Monotoniczność funkcji | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: funkcja rosnąca, malejąca, stała (K) • pojęcie monotoniczności funkcji (K) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: funkcja rosnąca, malejąca, stała (K) • pojęcie monotoniczności funkcji (K) | <ul style="list-style-type: none"> • wyznaczać przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu (K) • przeprowadzać dowody monotoniczności funkcji w przedziale (P - R) | <ul style="list-style-type: none"> • sporządzać przykładowe wykresy funkcji spełniających określone własności (R - D) • rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem monotoniczności funkcji (R - D) |
| Wzór i wykres funkcji liniowej | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie i wzór funkcji liniowej (K) • pojęcie współczynnika kierunkowego • położenie wykresu w ćwiartkach układu współrzędnych wykresu funkcji liniowej w zależności od współczynnika kierunkowego oraz | | <ul style="list-style-type: none"> • sporządzać wykres funkcji liniowej (K) • określać monotoniczność funkcji liniowej na podstawie wzoru (K - P) • wyznaczać współrzędne punktu przecięcia wykresu funkcji liniowej z osią y na podstawie wzoru (K) • ustalać na podstawie współczynników a i b, przez które ćwiartki układu współrzędnych przechodzi wykres funkcji liniowej (P) • sporządzać wykres funkcji „kawałkami liniowej” (P - R) | <ul style="list-style-type: none"> • sporządzać wykresy funkcji $y = ax + b + cx + d$, ($a \neq 0$ i $c \neq 0$) (R - D) |

| | | | | |
|----------------------------|---|--|---|---|
| | <p>współczynnika b (K)</p> <ul style="list-style-type: none"> • zależność monotoniczności funkcji liniowej od współczynnika kierunkowego (K) • zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu funkcji liniowej z osią y od współczynnika b (K) • warunek równoległości wykresów funkcji liniowej (K) | | <ul style="list-style-type: none"> • sporządzać wykresy funkcji $y = ax + b$, ($a \neq 0$) (P – R) | |
| Własności funkcji liniowej | | | <ul style="list-style-type: none"> • obliczać i odczytywać z wykresu miejsce zerowe funkcji liniowej (K) • obliczać argument, dla którego funkcja liniowa osiąga podaną wartość (P) • obliczać i odczytywać z wykresu argumenty, dla których wartości funkcji są dodatnie lub ujemne (P) • znając wzór funkcji liniowej, określać jej monotoniczność i znajdować współrzędne punktów przecięcia wykresu z osiami (K) • wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt należący do jej wykresu (P – R) • podawać wzór funkcji liniowej, której wykres: <ul style="list-style-type: none"> - przechodzi przez dane dwa punkty (K) - przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu innej funkcji o podanym wzorze (P) - jest narysowany (P - R) • obliczać współrzędne punktu przecięcia wykresów funkcji liniowych (P) • sprawdzać, czy trzy podane punkty są współliniowe (R) • obliczać pole trójkąta ograniczonego osiami układu współrzędnych i wykresem funkcji liniowej (P) • obliczać pole trójkąta ograniczonego dwoma przecinającymi się wykresami funkcji | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej (D) |

| | | | | |
|--|--|---|--|--|
| | | | liniowej i jedną z osi układu współrzędnych (R) <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej (P – R) | |
| Proporcjonalność prosta i odwrotna | <ul style="list-style-type: none"> • wzór proporcjonalności prostej i określenie współczynnika proporcjonalności prostej (K) • wzór proporcjonalności odwrotnej i określenie współczynnika proporcjonalności odwrotnej (K) | <ul style="list-style-type: none"> • różnice między wielkościami wprost proporcjonalnymi a wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi (K) | <ul style="list-style-type: none"> • rozpoznać wielkości wprost proporcjonalne i wielkości odwrotnie proporcjonalne (K) • zapisać zależność między wielkościami wprost proporcjonalnymi za pomocą wzoru (K) • zapisać zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi za pomocą wzoru (K) • opisać zależność między wielkościami wprost proporcjonalnymi za pomocą wykresu (P) • opisać zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi za pomocą wykresu (P) • obliczyć współczynnik proporcjonalności prostej i podać jej wzór na podstawie wykresu proporcjonalności (P - R) • obliczyć współczynnik proporcjonalności odwrotnej i podać jej wzór na podstawie wykresu proporcjonalności (P - R) | <ul style="list-style-type: none"> • udowodnić, że dane wielkości są wprost proporcjonalne albo odwrotnie proporcjonalne (R – D) |
| 7. RÓWNANIA KWADRATOWE | | | | |
| Równania kwadratowe w najprostszej postaci | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie równania kwadratowego (K) | | <ul style="list-style-type: none"> • wyznaczać współczynniki równania kwadratowego (K) • rozwiązywać równania kwadratowe postaci: $ax^2 + c = 0$ ($a \neq 0$) (K) • rozwiązywać równania kwadratowe postaci: $ax^2 + bx = 0$ ($a \neq 0$) (K-P) • przekształcać złożone równanie kwadratowe do postaci: $ax^2 + c = 0$ lub $ax^2 + bx = 0$ ($a \neq 0$) (P – R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem równań kwadratowych postaci: $ax^2 + c = 0$ lub $ax^2 + bx = 0$ ($a \neq 0$) (R - D) |
| Wyróżnik równania kwadratowego. Rozwiązywanie równań | <ul style="list-style-type: none"> • wzór na wyróżnik równania kwadratowego (K) • wzory na rozwiązania równania kwadratowego (K) | | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać równania postaci: $(px + q)^2 = r$, ($p \neq 0$) (K – P) • przekształcać równania kwadratowe z postaci ogólnej do postaci: $(px + q)^2 = r$, ($p \neq 0$) (P - R) • określać liczbę rozwiązań równania | <ul style="list-style-type: none"> • wyprowadzić wzory na rozwiązania równania kwadratowego (R – D) • rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem równań kwadratowych (R - D) |

| | | | | |
|---|--|--|--|---|
| | <ul style="list-style-type: none"> • zależność pomiędzy wartością wyróżnika równania kwadratowego a liczbą jego rozwiązań (K) | | <p>kwadratowego na podstawie wartości wyróżnika (K)</p> <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać równania kwadratowe z zastosowaniem wzorów na rozwiązania równania kwadratowego (K – P) • przekształcać złożone równanie kwadratowe do postaci: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) (P – R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać układy równań, z których jedno jest równaniem kwadratowym (R – D) |
| Wzory Viète'a | <ul style="list-style-type: none"> • wzory Viète'a na sumę i iloczyn rozwiązań równania kwadratowego (K) • wzory na sumę kwadratów i sumę odwrotności rozwiązań równania kwadratowego (P) • zasadę ustalania znaków rozwiązań równania kwadratowego na podstawie ich sumy i iloczynu (P) | <ul style="list-style-type: none"> • zasadę ustalania znaków rozwiązań równania kwadratowego na podstawie ich sumy i iloczynu (P) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć sumę i iloczyn rozwiązań równania na podstawie wzorów Viète'a (K) • obliczyć sumę kwadratów i sumę odwrotności rozwiązań równania kwadratowego na podstawie odpowiednich wzorów (P) • ustalić znaki rozwiązań równania kwadratowego na podstawie ich sumy i iloczynu (P) | <ul style="list-style-type: none"> • wyprowadzać wzory na sumę kwadratów i sumę odwrotności rozwiązań równania kwadratowego (R) • wyprowadzać inne wzory na podstawie wzorów Viète'a np. wzór na różnicę sześcianów rozwiązań równania kwadratowego, wzór na sumę odwrotności kwadratów rozwiązań równania kwadratowego (D – W) |
| 8. WEKTORY. PRZEKSZTAŁCENIE WYKRESÓW FUNKCJI | | | | |
| Wektory. Działania na wektorach | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: wektor, początek i koniec wektora, wektor zerowy, kierunek, zwrot i długość wektora, wektory równe, wektory przeciwne (K) • pojęcie przesunięcia równoległego o wektor (K) • pojęcia: suma wektorów, różnica wektorów, iloczyn wektora przez liczbę (K – P) • własności działań na wektorach (P) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: wektor, początek i koniec wektora, wektor zerowy, kierunek, zwrot i długość wektora, wektory równe, wektory przeciwne (K) • pojęcie przesunięcia równoległego o wektor (K) • pojęcia: suma wektorów, różnica wektorów, iloczyn wektora przez liczbę (K – P) • własności działań na wektorach (P) | <ul style="list-style-type: none"> • wskazywać wektory równe i wektory przeciwne (K) • wskazywać obrazy punktów w przesunięciu równoległym o dany wektor (K) • rysować obrazy figur w przesunięciu równoległym o dany wektor (K – P) • zapisywać wektory za pomocą sumy i różnicy innych wektorów oraz iloczynu wektora przez liczbę (P – R) • wykonywać działania na wektorach (K – R) | <ul style="list-style-type: none"> • wykorzystywać własności działań na wektorach do rozwiązywania zadań z kontekstem praktycznym (D – W) • wykorzystywać własności działań na wektorach do przeprowadzania dowodów geometrycznych (D – W) |

| | | | | |
|---|---|--|---|--|
| | | | | |
| Wektory w układzie współrzędnych | <ul style="list-style-type: none"> wzór na współrzędne wektora (K) wzór na długość wektora (K) wzór na współrzędne obrazu punktu w przesunięciu o wektor (K) związek współrzędnych wektora z ilustracją wektora w układzie współrzędnych (K) | <ul style="list-style-type: none"> związek współrzędnych wektora z ilustracją wektora w układzie współrzędnych (K) | <ul style="list-style-type: none"> obliczyć współrzędne wektora (K) odczytać współrzędne wektora z jego ilustracji graficznej (K) narysować w układzie współrzędnych wektor o podanych współrzędnych (K) obliczyć długość wektora (K) obliczyć współrzędne obrazu punktu w przesunięciu o wektor (K) obliczyć współrzędne początku wektora, mając dane współrzędne wektora oraz współrzędne końca wektora (K - P) rozwiązywać zadania z zastosowaniem współrzędnych i długości wektora (P - R) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać niestandardowe zadania z zastosowaniem współrzędnych wektora i długości wektora (D) |
| Działania na wektorach w układzie współrzędnych | <ul style="list-style-type: none"> sposób obliczania współrzędnych wektorów $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$ oraz $k \cdot \vec{u}$ ($k \in R$) na podstawie współrzędnych wektorów \vec{u} i \vec{v} (K) pojęcie wektorów równoległych (K) | <ul style="list-style-type: none"> sposób obliczania współrzędnych wektorów $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$ oraz $k \cdot \vec{u}$ ($k \in R$) na podstawie współrzędnych wektorów \vec{u} i \vec{v} (K) | <ul style="list-style-type: none"> sprawdzić, czy wektory o podanych współrzędnych są równoległe (K) obliczyć współrzędne wektorów $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$ oraz $k \cdot \vec{u}$ ($k \in R$), mając dane współrzędne wektorów \vec{u} i \vec{v} (K) rozwiązywać zadania z zastosowaniem równości i równoległości wektorów oraz działań na współrzędnych wektorów (P - R) | <ul style="list-style-type: none"> wykorzystywać równość i równoległość wektorów do przeprowadzania dowodów geometrycznych (D) rozwiązywać niestandardowe zadania z zastosowaniem równości i równoległości wektorów oraz działań na współrzędnych wektorów (D) |
| Przekształcanie wykresów funkcji | <ul style="list-style-type: none"> zasady sporządzania wykresów funkcji: $y = f(x) + q$ $y = f(x - p)$ $y = f(x - p) + q$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ (K) | <ul style="list-style-type: none"> zasady sporządzania wykresów funkcji: $y = f(x) + q$ $y = f(x - p)$ $y = f(x - p) + q$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ (P) | <ul style="list-style-type: none"> na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ sporządzać wykres funkcji: $y = f(x) + q$ (K) $y = f(x - p)$ (K) $y = f(x - p) + q$ (P) zapisywać wzory funkcji, których wykres powstaje w wyniku przesunięcia wykresu danej funkcji (P) określać sposób przesunięcia wykresu jednej funkcji tak, aby otrzymać wykres drugiej funkcji (R) | <ul style="list-style-type: none"> dostrzec związek między własnościami funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przesunięcia a własnościami funkcji, której wykres został przesunięty (R - D) |
| Przekształcanie wykresów funkcji (c.d.) | <ul style="list-style-type: none"> zasady sporządzania wykresów funkcji: $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = -f(-x)$, $y = f(x)$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ (K) | <ul style="list-style-type: none"> zasady sporządzania wykresów funkcji: $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = -f(-x)$, $y = f(x)$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ (P) | <ul style="list-style-type: none"> sporządzać wykres funkcji: $y = -f(x)$ (K), $y = f(-x)$ (K), $y = f(x)$ (K) $y = -f(-x)$ (P) $y = f(x - p) + q$ (P) $y = -f(x)$ (P) | <ul style="list-style-type: none"> dostrzec związek między własnościami funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przekształcenia a własnościami funkcji, której wykres został przekształcony (R - D) |

| | | | | |
|--|---|---|--|---|
| | | | $y = f(-x) $ (P) $y = -f(-x) $ (R) na podstawie wykres funkcji $y = f(x)$ <ul style="list-style-type: none"> • sporządzać wykresy funkcji poprzez zastosowanie złożonych przekształceń (R) • zapisywać wzory funkcji, których wykres powstaje w wyniku symetrii wykresu danej funkcji względem osi x i osi y (P) • zapisywać wzory funkcji, których wykres powstaje w wyniku złożonych przekształceń wykresu danej funkcji (R) | |
| 9. FUNKCJA KWADRATOWA | | | | |
| Parabola | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: parabola, wierzchołek paraboli, ramiona paraboli (K) • położenie wykresu funkcji $y = ax^2$ w zależności od wartości współczynnika a (K) • położenia parabol: $y = ax^2 + q$ (K), $y = a(x - p)^2$ (K), $y = a(x - p)^2 + q$ (P) | | <ul style="list-style-type: none"> • sporządzać wykresy funkcji $y = ax^2$ (K) • wykorzystywać zasady przesuwania wykresów funkcji do rysowania wykresów funkcji o wzorach: $y = ax^2 + q$, $y = a(x - p)^2$ (K), $y = a(x - p)^2 + q$ (P - R) • podawać wzór paraboli o danym wierzchołku i przechodzącej przez dany punkt (P) • podawać wzór funkcji, której wykresem jest dana parabola (P) • określać współrzędne wierzchołka parabol podanych wzorem: $y = ax^2 + q$, $y = a(x - p)^2$ (K), $y = a(x - p)^2 + q$ (K - P) • określać zbiór wartości i przedziały monotoniczności funkcji kwadratowej podanej wzorem $y = a(x - p)^2 + q$ (P - R) | <ul style="list-style-type: none"> • podawać wzór funkcji, kwadratowej, której wykres został przesunięty o podany wektor (R) |
| Wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie funkcji kwadratowej (K) • wzory określające współrzędne wierzchołka paraboli (K) • postać ogólną i postać kanoniczną funkcji kwadratowej (K) | <ul style="list-style-type: none"> • związek między wzorami określającymi współrzędne wierzchołka paraboli i postacią kanoniczną wzoru funkcji kwadratowej (P) | <ul style="list-style-type: none"> • zapisywać wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej (P) • znajdować współrzędne wierzchołka paraboli (K) • badać monotoniczność funkcji kwadratowej (K - P) • obliczać największą (najmniejszą) wartość funkcji kwadratowej (K) • obliczać punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych (P - R) • zapisywać wzór funkcji kwadratowej | <ul style="list-style-type: none"> • obliczać pola figur umieszczonych w układzie współrzędnych i powiązanych z parabolą (R - D) |

| | | | | |
|--|---|--|--|--|
| | | | spełniającej dane warunki (P –R) • obliczać, dla jakich argumentów funkcja kwadratowa przyjmuje podaną wartość (P –R) | |
| Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej | <ul style="list-style-type: none"> wzory na miejsca zerowe funkcji kwadratowej (K) postać iloczynową funkcji kwadratowej (K) wzór na pierwszą współrzędną wierzchołka paraboli wykorzystujący miejsca zerowe funkcji kwadratowej (K) | | <ul style="list-style-type: none"> obliczać miejsca zerowe funkcji kwadratowej (K -P) określać liczbę miejsc zerowych funkcji kwadratowej w zależności od wartości wyróżnika (K -P) odczytywać miejsca zerowe funkcji kwadratowej podanej wzorem iloczynowym (K – P) zapisywać wzór funkcji kwadratowej, znając jej miejsca zerowe oraz punkt należący do jej wykresu (P) zapisywać wzór funkcji kwadratowej spełniającej dane warunki (P –R) | |
| Funkcja kwadratowa - podsumowanie | <p>Tak jak we wcześniejszych trzech tematach działu <i>Funkcja kwadratowa</i> i dodatkowo:</p> <ul style="list-style-type: none"> schemat wyznaczania wartości największej (najmniejszej) funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym (K) | <p>Tak jak we wcześniejszych trzech tematach działu <i>Funkcja kwadratowa</i> i dodatkowo:</p> <ul style="list-style-type: none"> schemat wyznaczania wartości największej (najmniejszej) funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym (P) | <p>Tak jak we wcześniejszych trzech tematach działu <i>Funkcja kwadratowa</i> i dodatkowo:</p> <ul style="list-style-type: none"> sprawdzić, czy wierzchołek paraboli należy do podanego przedziału domkniętego (K) wyznaczyć wartość największą (najmniejszą) funkcji kwadratowej zapisanej wzorem ogólnym, kanonicznym i iloczynowym (P - R) | <ul style="list-style-type: none"> obliczać pola figur umieszczonych w układzie współrzędnych i powiązanych z parabolą (R –D) |
| Nierówności kwadratowe | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie nierówności kwadratowej (K) | | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać nierówności kwadratowe (K - P) określać argumenty, dla których wartości jednej funkcji są większe od wartości drugiej funkcji (P –R) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać zadania z tekstowe prowadzące do nierówności kwadratowych (D – W) |
| Zastosowanie funkcji kwadratowej | <ul style="list-style-type: none"> schemat rozwiązania zadania optymalizacyjnego wykorzystującego własności funkcji kwadratowej (K) | <ul style="list-style-type: none"> schemat rozwiązania zadania optymalizacyjnego wykorzystującego własności funkcji kwadratowej (K) | <ul style="list-style-type: none"> opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej (P) rozwiązywać typowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując własności funkcji kwadratowej (P) rozwiązywać typowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej (P) | <ul style="list-style-type: none"> opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej w sytuacjach nietypowych (R –D) rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując własności funkcji kwadratowej (R –W) rozwiązywać nietypowe zadania optymalizacyjne |

| | | | | |
|-------------------------------------|--|--|--|--|
| | | | | wykorzystujące własności funkcji kwadratowej (P) |
| Równania i nierówności z parametrem | | | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać równania kwadratowe z parametrem (K -P) • rozwiązywać nierówności kwadratowe z parametrem (K -P) • rozwiązywać zadania prowadzące do rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych z parametrem (P -R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych z parametrem (D –W) |

Kursywą zaznaczone zostały treści, które, mimo, że nie są objęte podstawą programową, to warto je omówić z uczniami.

| JEDNOSTKA TEMATYCZNA | CELE KSZTAŁCENIA W UJĘCIU OPERACYJNYM WRAZ Z OKREŚLENIEM WYMAGAŃ | | | |
|--------------------------------|--|--|---|--|
| | Kategorie celów nauczania: A — zapamiętanie wiadomości B — rozumienie wiadomości C — stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych D — stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych | | | Poziomy wymagań edukacyjnych: K — konieczny — ocena dopuszczająca (2) P — podstawowy — ocena dostateczna (3) R — rozszerzający — ocena dobra (4) D — dopełniający — ocena bardzo dobra (5) W — wykraczający — ocena celująca (6) |
| | podstawowe | | | ponadpodstawowe |
| | KATEGORIA A Uczeń zna: | KATEGORIA B Uczeń rozumie: | KATEGORIA C Uczeń potrafi: | KATEGORIA D Uczeń potrafi: |
| 10. Wielomiany | | | | |
| Przykłady wielomianów | <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: jednomian, wielomian stopnia n, wielomian zerowy, wielomiany równe, dwumian, trójmian, trójmian kwadratowy (K) | <ul style="list-style-type: none"> kiedy wielomiany tej samej zmiennej są równe (P) | <ul style="list-style-type: none"> określić stopień wielomianu (K) nazwać współczynniki wielomianu (K) porządkować wielomiany i doprowadzić je do najprostszej postaci (K–R) obliczyć sumy, różnice, iloczyny wielomianów (K–P) określić stopień sumy, różnicy, iloczynu wielomianów (P–R) obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej (K–P) określić, kiedy dwa wielomiany tej samej zmiennej są równe (K–P) obliczyć wartości współczynników, dla których dwa wielomiany tej samej zmiennej są równe (P–R) podać przykłady wielomianów określonego stopnia (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> wykonać działania na wielomianach i przedstawiać otrzymane wielomiany w najprostszej postaci (R–D) obliczyć wartości współczynników wielomianu, gdy dane są wartości wielomianu dla określonych wartości zmiennych (R–D) podać przykłady wielomianów spełniających określone warunki (R–D) |
| Rozkład wielomianu na czynniki | <ul style="list-style-type: none"> wzory skróconego mnożenia (K) zasadę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias (K–P) algorytm rozkładu trójmianu kwadratowego na czynniki (K) | <ul style="list-style-type: none"> metody rozkładu wielomianu na czynniki (K) | <ul style="list-style-type: none"> rozłożyć wielomiany na czynniki, stosując: <ul style="list-style-type: none"> wyłączanie czynnika poza nawias (K) wzory skróconego mnożenia (K–P) rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki w zależności od znaku wyróżnika Δ (K–P) metodę grupowania wyrazów (P–R) rozłożyć wielomian na czynniki jak | <ul style="list-style-type: none"> stosować wzory skróconego mnożenia do rozkładu wielomianu na czynniki (R–D) uzasadnić wskazane tezy (R–D) wykorzystać rozkład wielomianu na czynniki do zapisu wielomianu w prostszej postaci (R–D) określić, dla jakich wartości zmiennej wielomian przyjmuje |

| | | | | |
|-----------------------------|---|---|---|--|
| | | | najniższego stopnia (P–R) | wartości dodatnie, ujemne (P–D) |
| Równania wielomianowe | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie równania wielomianowego (K) • pojęcie pierwiastka wielomianu (K) • pojęcie k-krotnego pierwiastka wielomianu (K) | | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać równanie wielomianowe typu $W(x)=0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej (K) • rozwiązać równanie wielomianowe typu $W(x)=0$ dla wielomianów, które da się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub grupowania (P–R) • podać liczbę pierwiastków równania wielomianowego (P–R) • określić krotność pierwiastka wielomianu (P) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać nietypowe równania wielomianowe (R–D) • uzasadnić wskazane tezy (R–D) • ustalić liczbę rozwiązań równania wielomianowego (R–D) • ustalić wartości parametrów, dla których dany wielomian ma określoną liczbę pierwiastków (R–D) • rozwiązać zadania tekstowe z zastosowaniem równań wielomianowych (R–D) |
| Dzielenie wielomianów | <ul style="list-style-type: none"> • algorytm dzielenia wielomianu jednej zmiennej przez dwumian (K) • określenie podzielności wielomianu przez dwumian (K) • pojęcie reszty z dzielenia wielomianu przez dwumian (P) • schemat Hornera (P) | <ul style="list-style-type: none"> • algorytm Hornera (P) | <ul style="list-style-type: none"> • podzielić wielomian przez dwumian i podać wynik dzielenia (K–P) • wskazać wielomiany, przez które podzielny jest wielomian przedstawiony w postaci iloczynowej (K) • zapisać dzielony wielomian w postaci iloczynu (K–R) • wykonać dzielenie z resztą (P–R) • podać resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian (P) • wykonać dzielenie wielomianu przez dwumian, korzystając ze schematu Hornera (R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania tekstowe z zastosowaniem dzielenia wielomianów (R–D) • znaleźć wielomiany spełniające określone warunki, korzystając ze schematu Hornera (R–D) |
| Twierdzenie Bézouta | <ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie Bézouta (P) • własność wielomianu dotyczącą reszty z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez $(x - a)$ (P) | <ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie Bézouta (P) • dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu $W(x)$ przez dwumian postaci $(x - a)$ (P) | <ul style="list-style-type: none"> • sprawdzić, czy wielomian jest podzielny przez dany dwumian (K) • obliczyć resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian bez wykonywania dzielenia (P) • obliczyć pierwiastki równania wielomianowego, znając jeden z nich (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania z zastosowaniem twierdzenia Bézouta (R–D) • obliczyć wartość parametru, dla którego wielomian jest podzielny przez dany dwumian (R–D) • uzasadnić wskazane tezy (R–D) |
| Równania wielomianowe (cd.) | <ul style="list-style-type: none"> • algorytm szukania całkowitych pierwiastków równania (K) • twierdzenie o rozwiązaniach wymiernych (P) • twierdzenie o rozwiązaniach całkowitych (K) | <ul style="list-style-type: none"> • dowód twierdzenia o rozwiązaniach całkowitych (R) | <ul style="list-style-type: none"> • sprawdzić, czy dana liczba wymierna jest pierwiastkiem wielomianu (P) • znaleźć pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych (P–R) • określić liczbę pierwiastków całkowitych wielomianu | <ul style="list-style-type: none"> • znaleźć pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu (R–D) • uzasadnić, że dane równanie wielomianowe nie ma pierwiastków wymiernych (R–D) • określić, dla jakich wartości parametru dane równanie |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | (K–R) <ul style="list-style-type: none"> znaleźć pierwiastki wymierne wielomianu o współczynnikach całkowitych (P–R) uzasadnić niewymierność liczb, korzystając z twierdzenia o rozwiązaniach wymiernych (R–D) | wielomianowe ma pierwiastek wymierny (R–D) |
| 11. Figury na płaszczyźnie. Część 1 | | | | |
| Kąty. Kąty w trójkątach i czworokątach | <ul style="list-style-type: none"> oznaczenia stosowane w geometrii (K) pojęcia kątów: wierzchołkowych, przy-ległych, odpowiadających, naprzemianległych oraz własności tych kątów (K) twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta i czworokąta (K) twierdzenia dotyczące kątów w trapezach i równoległobokach (K) | | <ul style="list-style-type: none"> wskazać kąty wierzchołkowe, przyległe, odpowiadające i naprzemianległe (K) obliczyć na podstawie rysunku miary kątów (K–P) sprawdzić, czy trzy punkty są współliniowe (P) stosować własności kątów w zadaniach (K–P) obliczyć miary kątów trójkątów i czworokątów (K–P) stosować własności kątów w zadaniach (K–R) | <ul style="list-style-type: none"> obliczyć miary kątów trójkątów i czworokątów (R–D) stosować własności kątów w zadaniach (R–D) uzasadnić cechy wskazanego trójkąta (D) |
| Podstawowe własności trójkątów | <ul style="list-style-type: none"> nierówność trójkąta (K) pojęcie wysokości trójkąta (K) wzór na pole trójkąta (K) | <ul style="list-style-type: none"> że, najdłuższy bok leży naprzeciwko kąta o największej mierze (K) sposoby obliczania pól trójkątów (K) | <ul style="list-style-type: none"> wskazać najdłuższy (najkrótszy) bok trójkąta (K) wskazać w trójkącie kąt o największej (najmniejszej) mierze (K) ocenić, czy z odcinków o danej mierze można zbudować trójkąt (P) obliczyć pole trójkąta (K–P) obliczyć długość boku (wysokość) trójkąta, mając dane jego pole i wysokość (długość boku) (P) | <ul style="list-style-type: none"> stosować nierówność trójkąta w zadaniach (R–D) |
| Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa | <ul style="list-style-type: none"> twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie do niego odwrotne (K) wzór na pole i wysokość trójkąta równobocznego (K) zależność między bokami trójkąta o kątach 90°, 45°, 45° oraz 90°, 30°, 60° (K) pojęcie trójki pitagorejskiej (R) | <ul style="list-style-type: none"> dowód twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa (P) | <ul style="list-style-type: none"> obliczyć długość trzeciego boku trójkąta prostokątnego, mając dane długości dwóch jego boków (K–P) obliczyć długość boku (wysokość) trójkąta równobocznego, mając dane pole (długość boku) (K–P) obliczyć pole (obwód) trójkąta o kątach 90°, 45°, 45°, mając daną długość jednego boku (P–R) obliczyć pole (obwód) trójkąta o kątach 90°, 30°, 60°, mając daną długość jednego boku (P–R) rozpoznać trójkąt prostokątny na podstawie długości jego boków (P) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać zadania z zastosowaniem twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia do niego odwrotnego (R–D) |

| | | | | |
|---------------------------|---|---|--|---|
| | | | <ul style="list-style-type: none"> • stosować twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie do niego odwrotne w zadaniach (P–R) | |
| Własności trójkątów (cd.) | <ul style="list-style-type: none"> • cechy przystawiania trójkątów (bbb, bkb, kbb) (K) • pojęcie i własności symetralnej odcinka (K–P) • twierdzenie o symetralnych boków trójkąta (P) • pojęcie i własności dwusiecznej kąta (K–P) • twierdzenie o dwusiecznych kątów trójkąta (P) • twierdzenie o dwusiecznej (P) • twierdzenie o wysokościach trójkąta (K) • twierdzenie o środkowych trójkąta (K) • pojęcia: środkowa trójkąta, środek ciężkości trójkąta, ortocentrum (K) | <ul style="list-style-type: none"> • dowód twierdzenia o dwusiecznej (P) • dowody twierdzeń o istnieniu szczególnych punktów trójkąta: środek ciężkości i punkt przecięcia się symetralnych boków (P) | <ul style="list-style-type: none"> • rozpoznać trójkąty przystające (K–P) • uzasadnić przystawianie trójkątów (P–R) • zastosować własności symetralnych odcinków w zadaniach (P–R) • zastosować własności dwusiecznych kątów w zadaniach (P–R) • zastosować własności środkowych trójkąta w zadaniach (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • uzasadnić wskazane własności trójkątów (R–D) • rozwiązać zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń (R–D) |
| Własności czworokątów | <ul style="list-style-type: none"> • własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku i trapezu (K) • wzory na obliczanie pól czworokątów (K) • twierdzenie o przekątnych równoległoboku (P) | <ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie o przekątnych równoległoboku (P) • klasyfikację czworokątów (P) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć pola (obwody) czworokątów: <ul style="list-style-type: none"> - na podstawie rysunku lub opisu (K–P), - znając jego obwód (pole) i stosunki miarowe (P–R), • stosować twierdzenie Pitagorasa w zadaniach (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania na obliczanie pól i obwodów czworokątów (R–D) • uzasadnić wskazane tezy (R–D) |
| 12. Funkcje | | | | |
| Funkcje wielomianowe | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie funkcji wielomianowej (K) • własności funkcji wielomianowych (P) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie funkcji wielomianowej (K) • własności funkcji wielomianowych (P) | <ul style="list-style-type: none"> • dopasować wykres funkcji do jej wzoru (P–R) • sporządzić wykres funkcji określonej wzorem (P–R) • podać wzór funkcji spełniającej określone własności (K–P) • podać wzór funkcji na podstawie jej wykresu (P–R) • badać własności funkcji wielomianowych (K–D) | <ul style="list-style-type: none"> • naszkicować wykresy funkcji wielomianowych (R–D) • uzasadnić wskazane tezy (R–D) |
| Nierówności wielomianowe | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie nierówności wielomianowej (K) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie nierówności wielomianowej (K) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać nierówność wielomianową, w której jedna ze stron zapisana jest w postaci iloczynowej, wykorzystując schematyczne wykresy funkcji liniowej i kwadratowej (P) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania z zastosowaniem nierówności wielomianowych (R–D) |

| | | | | |
|--|--|--|---|---|
| | | | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać nierówność wielomianową wymagającą doprowadzenia jednej ze stron do postaci iloczynowej oraz wykorzystania schematycznych wykresów funkcji liniowej i kwadratowej (K–R) • określić dziedzinę funkcji, rozwiązując odpowiednią nierówność wielomianową (R–D) | |
| Funkcje wielomianowe (cd.) | <ul style="list-style-type: none"> • sposób szkicowania wykresu funkcji wielomianowej (P) | <ul style="list-style-type: none"> • zależność liczby miejsc zerowych funkcji wielomianowej od stopnia wielomianu (P) • przebieg wykresu funkcji wielomianowej w zależności od krotności pierwiastka (P) | <ul style="list-style-type: none"> • określić znak współczynnika przy najwyższej potędze wielomianu na podstawie wykresu funkcji wielomianowej (P) • określić sposób przesunięcia wykresu funkcji wielomianowej tak, aby spełniała określone warunki (P) • określić, czy pierwiastek wielomianu jest krotności parzystej, czy nieparzystej na podstawie wykresu funkcji wielomianowej (P) | <ul style="list-style-type: none"> • określić własności wielomianu na podstawie wykresu funkcji wielomianowej (R–D) • podać przykłady funkcji wielomianowych spełniających określone warunki (R–D) |
| Nierówności wielomianowe (cd.) | <ul style="list-style-type: none"> • sposób szkicowania wykresu przedstawiającego zmianę znaku wartości funkcji wielomianowej (K–P) | <ul style="list-style-type: none"> • sposób szkicowania wykresu przedstawiającego zmianę znaku wartości funkcji wielomianowej (K–P) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać nierówność wielomianową, w której jedna ze stron zapisana jest w postaci iloczynowej, na podstawie wykresu funkcji wielomianowej (K - P) • rozwiązać nierówność wielomianową wymagającą doprowadzenia jednej ze stron do postaci iloczynowej na podstawie wykresu funkcji wielomianowej (P - P) | <ul style="list-style-type: none"> • określić, dla jakich wartości parametru zbiorem rozwiązań nierówności wielomianowej jest dany zbiór (R–D) • znaleźć argumenty, dla których dane funkcje wielomianowe spełniają określone warunki (R–D) • określić dziedzinę funkcji (R–D) |
| Funkcja wykładnicza i funkcja logarymiczna | <ul style="list-style-type: none"> • definicję i własności funkcji wykładniczej (P) • definicję i własności funkcji logarymicznej (P) • związek logarytmowania z potęgowaniem (P) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie asymptoty (P) | <ul style="list-style-type: none"> • sporządzić wykres i określić własności funkcji wykładniczej (P–R) • dopasować wzór do wykresu funkcji wykładniczej i logarymicznej (K–R) • określić wzór funkcji wykładniczej, której wykres przechodzi przez dany punkt (P) • określić dziedzinę funkcji logarymicznej (P) • narysować wykres funkcji powstałej z przekształcenia funkcji wykładniczej (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • określić wzory funkcji wykładniczych i logarymicznych spełniających określone warunki (R–D) • rozwiązać zadania z zastosowaniem funkcji wykładniczych oraz logarymicznych i ich własności (R–D) • podać przykłady funkcji wykładniczych i logarymicznych spełniających określone warunki (R–D) • znaleźć równanie asymptoty wykresów funkcji wykładniczych i logarymicznych o podanych |

| | | | | |
|--|---|---|--|---|
| | | | | wzorach (R–D) • znaleźć wzór funkcji wykładniczej lub logarytmicznej, której wykres powstaje z przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej lub logarytmicznej (R–W) |
| Równania wykładnicze i logarytmiczne | • sposoby rozwiązywania równań wykładniczych i logarytmicznych (K–P) • definicję logarytmu (K) • własności logarytmów (P) | • pojęcie funkcji różnowartościowej (P) | • rozwiązać równanie wykładnicze (P–R) • zapisać założenia do równania logarytmicznego (P) • rozwiązać równanie logarytmiczne (P–R) | • rozwiązać równanie wykładnicze (R–D) • rozwiązać równanie logarytmiczne (R–D) • znaleźć argumenty, dla których dane funkcje, powstałe wskutek przekształceń funkcji wykładniczej oraz funkcji logarytmicznej, spełniają określone warunki (R–D) |
| Zastosowania funkcji wykładniczych i logarytmicznych | | • potrzebę stosowania potęg i logarytmów do opisu różnych zjawisk (R–W) | • rozwiązać zadania dotyczące zjawisk opisanych wzorami funkcji wykładniczej i logarytmicznej (P–R) | • stosować model wykładniczy do opisu wielkości, które zmieniają się w stałym tempie (R–D) • obliczyć liczbę cyfr liczby naturalnej zapisanej w postaci potęgi (R–D) |
| 13. Figury na płaszczyźnie. Część 2 | | | | |
| Pole koła. Długość okręgu | • pojęcia koła i okręgu oraz kąta środkowego (K) • wzory na obliczanie obwodu i pola koła (K) • wzory na obliczanie długości łuku i pola wycinka kołowego (K) | • uzasadnienie wzoru na pole koła (R) | • obliczyć pole i obwód koła (K–P) • obliczyć długość łuku i pole wycinka koła (P) • obliczyć pole i obwód figur, których elementami są koła, okręgi lub ich części (P–R) | • rozwiązać zadania na obliczanie pól i obwodów kół oraz długości łuków i pól wycinków kół (D–W) • uzasadnić wskazane tezy (R–D) |
| Własności kątów środkowych i kątów wpisanych | • pojęcia kąta wpisanego i kąta środkowego (K) • twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych (K–P) | • pojęcie kąta wpisanego i środkowego (K) • dowody twierdzeń o kątach w okręgu (P) | • obliczyć miarę kąta wpisanego (środkowego), mając daną miarę kąta środkowego (wpisanego) opartego na tym samym łuku (K) • stosować twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych (K–P) | • rozwiązać zadania wykorzystujące wzajemne zależności pomiędzy kątami wpisanymi i środkowymi opartymi na tym samym łuku (R–D) • uzasadnić wskazane tezy (R–D) |
| Proste i okręgi | • możliwe wzajemne położenia prostej i okręgu na płaszczyźnie (K) • fakt prostopadłości stycznej do promienia łączącego środek okręgu z punktem styczności (K) • własności stycznej do okręgu (P) • twierdzenie o kącie między | | • rozwiązać zadania dotyczące wzajemnego położenia prostej i okręgu oraz wzajemnego położenia dwóch okręgów na płaszczyźnie (P) • korzystać z własności stycznej do okręgu (P) • korzystać z twierdzenia o związkach miarowych między odcinkami stycznych (R) • określić wzajemne położenie dwóch | • rozwiązać nieszablonowe zadanie dotyczące wzajemnego położenia prostej i okręgu oraz wzajemnego położenia dwóch okręgów na płaszczyźnie (R) • rozwiązać zadanie tekstowe związane ze wzajemnym położeniem okręgów (R–D) |

| | | | | |
|--|---|--|--|--|
| | <p>styczną a cięciwą (P)</p> <ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie o związkach miarowych między odcinkami stycznych (R) • możliwe wzajemne położenia dwóch okręgów na płaszczyźnie (K) • pojęcie okręgów rozłącznych, przecinających się i stycznych (K) | | <p>okręgów, znając ich promienie i odległość między ich środkami (P)</p> <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć odległość między środkami okręgów, znając ich promienie i położenie (P) • rozwiązać proste zadanie dotyczące wzajemnego położenia prostej i okręgu oraz wzajemnego położenia dwóch okręgów na płaszczyźnie (P–R) | |
| <p>Okrąg opisany na wielokącie.</p> | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: symetralna odcinka, wielokąt wpisany w okrąg (K) • twierdzenie o okręgu opisanym na trójkącie (K) • warunek wpisania wielokąta w okrąg (K) • twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg (K) | <ul style="list-style-type: none"> • dowód twierdzenia o czworokącie wpisanym w okrąg (P) | <ul style="list-style-type: none"> • ustalić położenie środka okręgu opisanego na trójkącie ostrokątnym, prostokątnym, rozwartokątnym (P) • obliczyć promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym o danych przyprostokątnych (P) • obliczyć pole trójkąta równoramiennego wpisanego w okrąg (P) • obliczyć promień okręgu opisanego na prostokącie (K) • sprawdzić, czy w czworokąt można wpisać w okrąg (K-P) • obliczyć miary kątów czworokątów wpisanych w okrąg (P) • rozwiązać zadania z zastosowaniem warunku opisanego okręgu na czworokącie (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania związane z okręgami opisanymi na trójkątach (R–D) • rozwiązać zadania związane z okręgami opisanymi na wielokątach (R–D) • uzasadnić wskazane tezy (R–W) |
| <p>Okrąg wpisany w wielokąt</p> | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: dwusieczna kąta, wielokąt opisany na okręgu (K) • twierdzenie o okręgu wpisanym w trójkąt (K) • warunek wpisania okręgu w wielokąt (K) • twierdzenie o czworokącie opisanym na okręgu (P) • twierdzenie o polu wielokąta opisanego na okręgu (P) | <ul style="list-style-type: none"> • dowód twierdzenia o czworokącie opisanym na okręgu (P) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć miary kątów w trójkątach opisanym na okręgu (K–R) • sprawdzić, czy dany czworokąt można opisać na okręgu (P) • obliczać długości boków czworokątów opisanym na okręgu (P) • obliczać promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny lub czworokąt (P–R) • rozwiązywać zadania z zastosowaniem warunku wpisania okręgu w czworokąt (P–R) • rozwiązywać zadania z zastosowaniem twierdzenia o polu wielokąta opisanego na okręgu (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać nieszablonowe zadania związane z okręgami wpisanymi w wielokąty oraz opisanymi na wielokątach (R–D) • uzasadnić wskazane tezy (R–D) |
| <p>Własności wielokątów. Wielokąty foremne</p> | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: wielokąt wypukły i wielokąt niewypukły (P) • twierdzenie o sumie miar kątów n-kąta (P) | | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć sumę miar kątów wielokąta (K) • obliczyć liczbę przekątnych wielokąta (P) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadanie związane z okręgami opisanymi na wielokątach foremnych (R–D) • rozwiązać zadanie związane |

| | | | | |
|------------------------------|--|--|---|---|
| | <ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie o liczbie przekątnych w n-kącie • pojęcie: wielokąt foremny (K) • twierdzenie o mierze kąta n-kąta foremnego (P) | | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny o danym boku lub opisanego na takim trójkącie (P) • obliczyć długość boku trójkąta równobocznego, znając promień okręgu wpisanego (opisanego) w ten trójkąt (na tym trójkącie) (P–R) • obliczyć miarę kąta wielokąta foremnego (K) • obliczyć pole i obwód wielokąta foremnego (P–R) • obliczyć długości przekątnych wielokąta foremnego (P–R) • konstruować wielokąty foremne (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> z okręgami wpisanymi w wielokąty foremne (R–D) • uzasadnić wskazane tezy (R–D) |
| 14. Trygonometria | | | | |
| Tangens kąta ostrego | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie tangensa kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (K) • związek między procentowym nachyleniem drogi a wartością tangensa kąta nachylenia drogi do poziomu (P–R) | | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć tangens kąta ostrego (K) • obliczyć długości boków trójkąta prostokątnego, mając wśród danych tangens jednego z kątów ostrych (K–P) • konstruować kąt ostry, znając jego tangens (P) • porządkować wartości tangensów kątów ostrych (P) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania tekstowe, wykorzystując wiadomości o tangensie (R) |
| Sinus i cosinus kąta ostrego | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: sinus kąta ostrego i cosinus kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (K) | | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć tangens, sinus, cosinus kąta ostrego (K) • konstruować kąt, znając jego sinus (cosinus lub tangens) (P–R) • skonstruować trójkąt prostokątny, znając sinus (cosinus lub tangens) jednego kąta oraz bok (P–R) • rozwiązać trójkąty (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • porządkować wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych (R–D) |
| Obliczenia trygonometryczne | | | <ul style="list-style-type: none"> • odczytać z tablic lub obliczyć za pomocą kalkulatora przybliżoną wartość tangensa (sinusa lub cosinusa) danego kąta lub miarę kąta, mając daną wartość funkcji trygono-metrycznej (K) • obliczyć miary kątów (długości boków) trójkąta, znając długości jego boków (miary kątów) (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania tekstowe, wykorzystując wiadomości o poznanych funkcjach trygonometrycznych (R) |
| Zastosowania trygonometrii | | | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, wykorzystując wiadomości o sinusie, | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania osadzone w kontekście praktycznym, wykorzystując wiadomości o sinusie, |

| | | | cosinusie oraz tangensie (P) | cosinusie i tangensie (R–D) |
|---|--|--|--|---|
| Wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów $30^\circ, 45^\circ$ i 60° | <ul style="list-style-type: none"> • wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów $30^\circ, 45^\circ$ i 60° (K) | <ul style="list-style-type: none"> • sposób wyznaczenia wartości funkcji trygonometrycznych kątów $30^\circ, 45^\circ$ i 60° (P) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać trójkąty prostokątne (P) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania tekstowe, wykorzystując wiadomości o funkcjach trygonometrycznych kątów $30^\circ, 45^\circ$ i 60° (R) |
| Związki między funkcjami trygonometrycznymi | <ul style="list-style-type: none"> • podstawowe tożsamości trygonometryczne (K) • związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta α i kąta $90^\circ - \alpha$ (K) | | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych, mając daną wartość jednej z nich (P) • przekształcić wyrażenia, stosując tożsamości trygonometryczne (P–R) • sprawdzić tożsamość trygonometryczną (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • przekształcić wyrażenia, stosując tożsamości trygonometryczne (D) • sprawdzić tożsamości trygonometryczne (D) |
| Funkcje trygonometryczne kątów od 0° do 180° | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: funkcje trygonometryczne kąta rozwartego (K) • wzory redukcyjne (P) • związek między tangensem kąta nachylenia prostej $y = ax + b$ do osi x a jej współczynnikiem kierunkowym (K) • wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \alpha$ (K) • sposób zaznaczania kątów w układzie współrzędnych (P) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: funkcje trygonometryczne kąta rozwartego (P) • dowód wzoru na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \alpha$ (P) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć sinusy, cosinusy i tangensy kątów rozwartych (P) • odczytać z tablic lub obliczać za pomocą kalkulatora wartość sinusa, cosinusa i tangensa danego kąta lub miarę kąta, mając dany jego sinus, cosinus lub tangens (P) • skonstruować kąt, znając jego sinus (cosinus lub tangens) (P–R) • obliczyć wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne wskazanych kątów (P–R) • obliczyć pole trójkąta, znając długości dwóch boków oraz kąt pomiędzy nimi (P–R) • wyznaczyć miarę kąta, pod jakim jest nachylona prosta $y = ax + b$ do osi x oraz zapisywać wzór funkcji liniowej, znając jej wykres i kąt nachylenia do osi x (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania, wykorzystując wiadomości o sinusie, cosinusie i tangensie (R–D) |
| Twierdzenie sinusów | <ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie sinusów (K) • twierdzenie sinusów dla trójkątów wpisanych w okrąg (R) | <ul style="list-style-type: none"> • dowód twierdzenia sinusów (P) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać trójkąty, stosując twierdzenie sinusów (P) • znaleźć związki miarowe w wielokątach, stosując twierdzenie sinusów (P–R) • sprawdzić, czy istnieje trójkąt o danych bokach i kątach o danych miarach (P) • sprawdzić tożsamości, wykorzystując twierdzenie sinusów (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania tekstowe, wykorzystując twierdzenie sinusów (D) |
| Twierdzenie cosinusów | <ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie cosinusów (K) • uogólnione twierdzenie | <ul style="list-style-type: none"> • dowód twierdzenia cosinusów (P) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać trójkąty, stosując twierdzenie cosinusów (P) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania tekstowe, wykorzystując twierdzenie sinusów |

| | | | | |
|---------------------------------|---|---|---|--|
| | odwrotne do twierdzenia Pitagorasa (R) | | <ul style="list-style-type: none"> znaleźć związki miarowe w figurach płaskich, stosując twierdzenie cosinusów (P) obliczyć pole trójkąta i czworokąta, stosując twierdzenia sinusów i cosinusów (P–R) klasyfikować trójkąty wg kątów, wykorzystując uogólnione twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa (R) | i twierdzenie cosinusów (D–W) |
| 15. Figury w przestrzeni | | | | |
| Graniastosłupy | <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: graniastosłup prosty, pochyły, prawidłowy (K) sposób obliczania pola powierzchni graniastosłupa (K) wzór na objętość graniastosłupa (K) | <ul style="list-style-type: none"> sposób obliczania pola powierzchni graniastosłupa (K) | <ul style="list-style-type: none"> określić cechy graniastosłupów (K–P) obliczyć długości odcinków w graniastosłupie (P–R) obliczyć pole powierzchni i objętość graniastosłupa (K–R) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać zadanie dotyczące praktycznego zastosowania wiadomości o graniastosłupach (R–W) |
| Ostrosłupy | <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: wierzchołek ostrosłupa, spodek wysokości, ostrosłup prawidłowy, czworościan, czworościan foremny (K) sposób obliczania pola powierzchni ostrosłupa (K) wzór na obliczanie objętości ostrosłupa (K) | <ul style="list-style-type: none"> sposób obliczania pola powierzchni ostrosłupa (K) | <ul style="list-style-type: none"> określić cechy ostrosłupów (K–P) obliczyć długości odcinków w ostrosłupie (P–R) obliczyć pole powierzchni i objętość ostrosłupa (K–R) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać nietypowe zadania wymagające obliczenia długości odcinków w ostrosłupie oraz miar kątów między nimi (R–D) rozwiązać nietypowe zadania wymagające obliczenia pole powierzchni i objętości ostrosłupa (R–W) |
| Walec | <ul style="list-style-type: none"> własności walca (K) pojęcia: tworząca walca, podstawa walca, promień podstawy, wysokość walca, oś obrotu, przekrój osiowy walca (K) wzór na pole powierzchni walca (K) wzór na objętość walca (K) | <ul style="list-style-type: none"> jak powstaje walec (P) uzasadnienie wzorów na pole powierzchni i objętości walca (P) | <ul style="list-style-type: none"> narysować rzut walca (K) narysować siatkę walca (K) wskazać kąty między odcinkami w walcu (K–P) obliczyć pole powierzchni i objętość walca (K–R) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać zadanie dotyczące praktycznego zastosowania wiadomości o walcach (R–D) |
| Stożek | <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: podstawa, promień podstawy, wysokość i tworząca (K) pojęcia: oś obrotu, przekrój osiowy stożka, kąt rozwarcia stożka (K) wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości stożka (K) | <ul style="list-style-type: none"> jak powstaje stożek (P) uzasadnienie wzorów na pole powierzchni i objętości stożka (P) | <ul style="list-style-type: none"> narysować rzut stożka (K) obliczyć pole powierzchni i objętość stożka (K–R) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać zadanie dotyczące praktycznego zastosowania wiadomości o stożkach (R–D) obliczyć objętość brył powstałych ze sklejenia ze sobą stożków i walców, w wyniku wycięcia stożków lub walców z innych stożków lub walców (R–D) obliczyć objętość bryły powstałej z obrotu trójkąta lub czworokąta (R– |

| | | | | |
|--|---|---|--|--|
| | | | | D) |
| Kula | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: kula, sfera (K) • pojęcia: środek, promień, średnica, koło wielkie (K) • wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości kuli (K) | <ul style="list-style-type: none"> • różnice pomiędzy kulą i sferą (K) • uzasadnienie wzorów na pole powierzchni i objętości kuli (P) | <ul style="list-style-type: none"> • narysować rzut kuli (K) • obliczyć pole powierzchni i objętość kuli (K–R) • obliczyć pole przekroju kuli (P –R) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć pole powierzchni i objętość kuli (R–D) • rozwiązać zadania na obliczanie pól powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli (R–W) • obliczyć objętość brył powstałych ze sklejenia brył obrotowych (R–D) • obliczyć objętość bryły powstałej z obrotu figury geometrycznej (R–D) • uzasadnić wskazane tezy (R–D) |
| 16. Statystyka | | | | |
| Przybliżenia | <ul style="list-style-type: none"> • sposoby zaokrąglania liczb (K) • pojęcia: błędu bezwzględnego oraz błędu względnego, przybliżenia z nadmiarem i przybliżenia z niedomiarem (K) | <ul style="list-style-type: none"> • potrzebę zaokrąglania liczb (K) • różnicę między błędem bezwzględnym a błędem względnym (P) | <ul style="list-style-type: none"> • wykonać obliczenia na liczbach rzeczywistych oraz szacować różne wielkości i wyniki działań (P–R) • obliczyć błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia (P) • obliczyć dokładną wartość, znając przybliżenie i jego rodzaj oraz: <ul style="list-style-type: none"> - błąd bezwzględny (K) - błąd względny (P–R) | |
| Średnia arytmetyczna, mediana, dominanta | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: średnia arytmetyczna, mediana, dominanta (K) • pojęcie skali centylowej (P) • pojęcia: dolny kwartył, górny kwartył, diagram pudełkowy (R) | <ul style="list-style-type: none"> • powód stosowania skali centylowej (P) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć średnią arytmetyczną, medianę i dominantę (K–R) • uzupełnić brakujące dane zestawu, znając ich średnią arytmetyczną (medianę lub dominantę) (P–R) • stosować i interpretować skalę centylową (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania z zastosowaniem średniej arytmetycznej, mediany i dominanty (R–D) • rozwiązać zadania z zastosowaniem skali centylowej (R–D) |
| Średnia ważona | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie średniej ważonej (K) | | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć średnią ważoną zestawu danych (K–P) • uzupełnić brakujące dane zestawu, znając ich średnią ważoną (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania z zastosowaniem średniej ważonej (D) |
| Odchylenie standardowe | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie i sposoby obliczania odchylenia standardowego (P) • pojęcie rozkładu normalnego (R) | <ul style="list-style-type: none"> • powód używania odchylenia standardowego (P) • sposoby obliczania odchylenia standardowego (P) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć odchylenie standardowe zestawu danych (P–R) • interpretować odchylenie standardowe (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania z zastosowaniem odchylenia standardowego (R–D) |

Kursywą zaznaczone zostały treści, które, mimo, że nie są objęte podstawą programową, to warto je omówić z uczniami.

| JEDNOSTKA TEMATYCZNA | CELE KSZTAŁCENIA W UJĘCIU OPERACYJNYM WRAZ Z OKREŚLENIEM WYMAGAŃ | | | |
|-------------------------------|--|--|--|---|
| | Kategorie celów nauczania: A — zapamiętanie wiadomości B — rozumienie wiadomości C — stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych D — stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych Poziomy wymagań edukacyjnych: K — konieczny — ocena dopuszczająca (2) | | P — podstawowy — ocena dostateczna (3) R — rozszerzający — ocena dobra (4) D — dopełniający — ocena bardzo dobra (5) W — wykraczający — ocena celująca (6) | |
| | podstawowe | | ponadpodstawowe | |
| | KATEGORIA A Uczeń zna: | KATEGORIA B Uczeń rozumie: | KATEGORIA C Uczeń potrafi: | KATEGORIA D Uczeń potrafi: |
| 17. Wyrażenia wymierne | | | | |
| Wyrażenia wymierne | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie wyrażenia wymiernego (K) pojęcie dziedziny wyrażenia wymiernego (K) | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie wyrażenia wymiernego (K) pojęcie dziedziny wyrażenia wymiernego (K) | <ul style="list-style-type: none"> określić dziedzinę wyrażenia wymiernego (P–R) podać przykłady wyrażeń wymiernych spełniających dane warunki (P–R) uprościć wyrażenia wymierne (K–P) dodać, odjąć, mnożyć wyrażenia wymierne (K–R) dzielić wyrażenia wymierne (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> określić dziedzinę wyrażenia wymiernego oraz wykonać działania na wyrażeniach wymiernych (R–D) określić, dla jakich wartości parametrów wyrażenia wymierne spełniają określone warunki (R–D) rozwiązać zadania z zastosowaniem wyrażeń wymiernych (R–W) |
| Równania wymierne | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie równania wymiernego (K) sposoby rozwiązywania równań wymiernych (K–P) | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie równania wymiernego (K) sposoby rozwiązywania równań wymiernych (K–P) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać równania wymierne (K–R) określić założenia, przy których dane równanie wymierne ma sens (K–R) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać równania wymierne (R–D) rozwiązać zadania z zastosowaniem równań wymiernych (R–D) |
| Nierówności wymierne | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie nierówności wymiernej (K) | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie nierówności wymiernej (K) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać nierówności wymierne (K–R) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać nierówności wymierne (R–D) |

| | | | | |
|--|---|--|---|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> • sposób rozwiązywania nierówności wymiernych (K-P) | <ul style="list-style-type: none"> • sposób rozwiązywania nierówności wymiernych (K-P) | <ul style="list-style-type: none"> • szkicować wykresy zmiany znaku wartości funkcji (K-R) • określić założenia, przy których nierówność ma sens (K-R) • określić dziedzinę nierówności (K-R) | <ul style="list-style-type: none"> • określić dziedzinę nierówności (R-D) • rozwiązać zadania z zastosowaniem nierówności wymiernych (R-D) |
| Przekształcanie wyrażeń algebraicznych | | | <ul style="list-style-type: none"> • przekształcić wzory tak, aby wyznaczyć wskazaną wielkość (K-R) • wykazać określone własności liczb (P-R)- | <ul style="list-style-type: none"> • wykazać podane własności liczb (R-D)- • określić wartości parametru, dla którego równanie spełnia dane warunki (R-D) |
| Hiperbola. Przesuwanie hiperboli | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie hiperboli (K) • pojęcie osi symetrii hiperboli (P) • pojęcie wierzchołków hiperboli (P) • zasady sporządzania wykresów funkcji: $y = -f(x)$, $y = f(x + a) + b$, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$ (P-D) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie hiperboli (K) • położenie gałęzi hiperboli w zależności od znaku a (K) • pojęcie asymptot poziomej i pionowej wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}, a \neq 0$ (K) • zasady sporządzania wykresów funkcji: $y = -f(x)$, $y = f(x + a) + b$, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$ (P-D) • pojęcie osi symetrii hiperboli (P) • pojęcie wierzchołków hiperboli (P) | <ul style="list-style-type: none"> • określić dziedzinę i sporządzać wykres funkcji $-f(x) = \frac{a}{x}, a \neq 0$ (K) $-f(x) = \frac{a}{x-p} + q, a \neq 0$ (P-R) • określić położenie gałęzi hiperboli w zależności od znaku a (K) • określić przedziały monotoniczności funkcji $f(x) = \frac{a}{x}, a \neq 0$ (K) • dopasować wzór do wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}, a \neq 0$ i odwrotnie (R) • określić wzór funkcji, która powstanie, gdy wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}, a \neq 0$ – odbijemy symetrycznie względem osi układu współrzędnych (P) – odbijemy symetrycznie względem początku układu współrzędnych (P) – przesuniemy równolegle o a jednostek w prawo lub w lewo i o b jednostek do góry lub w dół (P) • określić dziedzinę i sporządzać | <ul style="list-style-type: none"> • określić wartość parametru, dla którego funkcja $f(x) = \frac{a}{x-p} + q, a \neq 0$ spełnia dane warunki (W) • określić wzory funkcji, których wykresami są hiperbole spełniające określone warunki (R-W) • obliczyć pole figury zawartej pomiędzy hiperbolą i danymi prostymi (R-D) • określić współrzędne wierzchołków hiperboli (R-D) |

| | | | | |
|------------------|--|--|--|---|
| | | | <p>wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q, a \neq 0$ (P)</p> <ul style="list-style-type: none"> określić równania asymptot i współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji <p>$f(x) = \frac{a}{x-p} + q, a \neq 0$</p> <p>z osiami układu współrzędnych (P)</p> <ul style="list-style-type: none"> określić przedziały monotoniczności i argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne (P) | |
| Funkcje wymierne | <ul style="list-style-type: none"> definicję funkcji wymiernej (P) wzory funkcji wymiernej w postaci ogólnej i w postaci kanonicznej (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> definicję funkcji wymiernej (P) pojęcie asymptoty poziomej i pionowej wykresu funkcji wymiernej (P) sposób przekształcania zapisu funkcji wymiernej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej i odwrotnie (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> podać przykłady funkcji wymiernych (P–R) określić dziedzinę i sporządzić wykres funkcji wymiernej (P–R) określić równania asymptot i współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji wymiernej z osiami układu współrzędnych (P–R) określić przedziały monotoniczności funkcji wymiernej (P–R) określić argumenty, dla których funkcja wymierna przyjmuje wartości dodatnie, ujemne (P–R) podać wzór funkcji wymiernej na podstawie jej wykresu (P–R) dopasować wzory funkcji do ich wykresów (P–R) dowieść monotoniczności funkcji zadanej wzorem w postaci ogólnej (P) | <ul style="list-style-type: none"> określić, dla jakiej wartości parametru funkcja wymierna spełnia określone warunki (R–W) podać przykłady wzorów funkcji wymiernych spełniających określone warunki (R–D) określić własności funkcji wymiernych (R–D) sporządzić wykres funkcji wymiernej $y = f(x)$, a następnie, korzystając z jej wykresu, szkicować wykresy funkcji $y = f(x)$, (R–D) znaleźć współrzędne punktów przecięcia wykresów funkcji wymiernych (R–D) |
| 18. Ciągi | | | | |

| | | | | |
|-----------------------------------|--|--|---|--|
| Przykłady ciągów | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: ciąg, wyrazy ciągu (K) • pojęcia: ciąg skończony, ciąg nieskończony (K) • pojęcie ciągu liczbowego(K) • pojęcie wzoru ogólnego ciągu (K–P) • pojęcie wzoru rekurencyjnego ciągu (K–P) • pojęcia: monotoniczność ciągu, ciąg malejący, ciąg rosnący, ciąg stały (K) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: ciąg, wyrazy ciągu (K) • pojęcia: ciąg skończony, ciąg nieskończony (K) • pojęcie ciągu liczbowego(K) • sposób określania ciągu za pomocą wzoru ogólnego (K–P) • sposób określania ciągu za pomocą wzoru rekurencyjnego (P–R) • pojęcia: ciąg malejący, ciąg rosnący, ciąg stały (K) | <ul style="list-style-type: none"> • zapisać dowolne wyrazy ciągów na podstawie ich wzorów ogólnych (K–P) • zapisać dowolne wyrazy ciągów na podstawie ich wzorów rekurencyjnych (K–P) • podać przykłady ciągów (K–P) • określić monotoniczność ciągu na podstawie wzoru ogólnego (P–R) • określić monotoniczność ciągu na podstawie wzoru rekurencyjnego (P–R) • określić ciąg za pomocą wzoru ogólnego (P–D) • określić ciąg za pomocą wzoru rekurencyjnego (P) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć sumę k początkowych wyrazów ciągu na podstawie jego wzoru ogólnego (R–D) • obliczyć kolejne wyrazy ciągu oraz określać ogólny wzór ciągu na podstawie danego wzoru na sumę n początkowych wyrazów ciągu (P–R) • znaleźć wzór ogólny ciągu określonego rekurencyjnie (R–W) |
| Ciąg arytmetyczny | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: ciąg arytmetyczny, różnica ciągu arytmetycznego (K) • wzór ogólny ciągu arytmetycznego (K) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: ciąg arytmetyczny, różnica ciągu arytmetycznego (K) • wzór ogólny ciągu arytmetycznego (K) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć różnicę i kolejne wyrazy danego ciągu arytmetycznego (K) • obliczyć dowolne wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jeden wyraz i różnica ciągu lub dwa dowolne wyrazy tego ciągu (K–R) • sprawdzić, czy podany ciąg jest ciągiem arytmetycznym (K–P) • podać przykłady ciągów arytmetycznych spełniających dane warunki (K–P) • zapisać wzory ciągów arytmetycznych (P–R) • zapisać wzory ogólne ciągów arytmetycznych określonych rekurencyjnie i odwrotnie (P–R) • sprawdzić, czy dana liczba jest wyrazem danego ciągu arytmetycznego (P–R) • ustalić, ile wyrazów ma podany ciąg arytmetyczny (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • określić wartości parametru, dla którego podane wyrażenia są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego (R) • rozwiązać zadania dotyczące ciągu arytmetycznego (R–D) |
| Suma wyrazów ciągu arytmetycznego | <ul style="list-style-type: none"> • wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (K) | <ul style="list-style-type: none"> • wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (K) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć sumę kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego (K–R) • obliczyć różnicę oraz pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego, gdy dana są dowolny wyraz i suma | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać równania, których jedna strona jest sumą wyrazów ciągu arytmetycznego (R–D) • rozwiązać zadania dotyczące ciągu arytmetycznego (R–D) |

| | | | | |
|-----------------------------------|---|--|---|---|
| Ciąg geometryczny | <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: ciąg geometryczny, iloraz ciągu geometrycznego (K) wzór ogólny ciągu geometrycznego (K) pojęcie średniej geometrycznej dwóch liczb nieujemnych (P) warunki od jakich zależy kiedy ciąg geometryczny jest rosnący a kiedy malejący (P) | <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: ciąg geometryczny, iloraz ciągu geometrycznego (K) wzór ogólny ciągu geometrycznego (K) pojęcie średniej geometrycznej dwóch liczb nieujemnych (P) | kolejnych wyrazów tego ciągu(K–R) <ul style="list-style-type: none"> obliczyć ilorazy oraz kolejne wyrazy danych ciągów geometrycznych (K–P) sprawdzić, czy podany ciąg jest ciągiem geometrycznym (K–P) zapisać dowolne wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dany jest: <ul style="list-style-type: none"> iloraz i dowolny wyraz tego ciągu (P) dwa dowolne wyrazy ciągu geometrycznego (K–R) sprawdzić, czy dana liczba jest wyrazem danego ciągu geometrycznego (P–R) określić monotoniczność ciągów geometrycznych (R) zapisać wzory ogólne ciągów geometrycznych określonych rekurencyjnie i odwrotnie (P–D) | <ul style="list-style-type: none"> obliczyć wartości zmiennych, które wraz z danymi liczbami tworzą ciąg geometryczny (R–D) rozwiązać zadania dotyczące ciągów geometrycznych (R–W) |
| Suma wyrazów ciągu geometrycznego | <ul style="list-style-type: none"> wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (K) | <ul style="list-style-type: none"> wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (K) | <ul style="list-style-type: none"> obliczyć sumę wyrazów ciągu geometrycznego (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać zadania dotyczące sum ciągów geometrycznych (R–W) |
| Procent prosty i procent składany | <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: procent prosty, procent składany (P) wzory na obliczanie procentu prostego i procentu składanego (P) | <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: procent prosty, procent składany (P) wzory na obliczanie procentu prostego i procentu składanego (P) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać zadania z zastosowaniem procentu prostego i składanego (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać zadania z zastosowaniem procentu prostego i składanego (R–D) |
| Granice ciągów | <ul style="list-style-type: none"> definicję granicy ciągu (P) pojęcia: ciąg zbieżny, ciąg rozbieżny, ciąg rozbieżny do $+\infty$, ciąg rozbieżny do $-\infty$ (P) warunek zbieżności i rozbieżności ciągu geometrycznego (P) | <ul style="list-style-type: none"> definicję granicy ciągu (P) pojęcia: ciąg zbieżny, ciąg rozbieżny, ciąg rozbieżny do $+\infty$, ciąg rozbieżny do $-\infty$ (P) warunek zbieżności i rozbieżności ciągu geometrycznego (P) | <ul style="list-style-type: none"> obliczyć granice niektórych ciągów (P-D) podać przykłady ciągów zbieżnych oraz rozbieżnych (P) określić zbieżność oraz rozbieżność ciągu na podstawie jego wykresu (P-D) | <ul style="list-style-type: none"> na podstawie wzoru ogólnego określić zbieżność oraz rozbieżność ciągu (R-D) |
| Obliczanie granic | <ul style="list-style-type: none"> własności granic ciągów (P) własności granic ciągów rozbieżnych (P) symbole nieoznaczone (P) twierdzenie o trzech | <ul style="list-style-type: none"> własności granic ciągów (P) własności granic ciągów rozbieżnych (P) | <ul style="list-style-type: none"> obliczyć granice ciągów z wykorzystaniem własności granic (P-R) | <ul style="list-style-type: none"> obliczyć granice ciągów z wykorzystaniem własności granic (R-D) określić wartość parametru, dla którego granica danego ciągu spełnia określone warunki (R-D) |

| | | | | |
|---|---|--|--|--|
| | ciągach (P) | | | |
| Szereg geometryczny | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie szeregu geometrycznego (P) wzór na sumę wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o ilorazie $q < 1$ (P) | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie szeregu geometrycznego (P) wzór na sumę wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o ilorazie $q < 1$ (P) | <ul style="list-style-type: none"> obliczyć sumy szeregów geometrycznych (P-R) rozwiązać równania, którego lewą stroną jest szereg geometryczny (P-R) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać zadania z zastosowaniem obliczania sum szeregów geometrycznych (R-W) rozwiązać równania z zastosowaniem obliczania sum szeregów geometrycznych (R-D) |
| 19. Podobieństwo figur | | | | |
| Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa | <ul style="list-style-type: none"> twierdzenie Talesa (K) twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa (K) | <ul style="list-style-type: none"> twierdzenie Talesa (K) twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa (K) | <ul style="list-style-type: none"> stosować twierdzenie Talesa oraz twierdzenie do niego odwrotne w zadaniach rachunkowych (P-R) stosować twierdzenie Talesa w zadaniach konstrukcyjnych (P-R) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać zadania z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia do niego odwrotnego (R-D) |
| Wielokąty podobne | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie figur podobnych (K) pojęcie skali podobieństwa (K) własności figur podobnych (K) | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie figur podobnych (K) pojęcie skali podobieństwa (K) własności figur podobnych (K) | <ul style="list-style-type: none"> rozpoznać figury podobne (K-P) znaleźć długości boków wielokątów podobnych, gdy dana jest skala podobieństwa i odwrotnie (R) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać zadania z zastosowaniem własności podobieństwa (R-D) |
| Cechy podobieństwa trójkątów | <ul style="list-style-type: none"> cechy podobieństwa trójkątów (K) | <ul style="list-style-type: none"> cechy podobieństwa trójkątów (K) | <ul style="list-style-type: none"> rozpoznać trójkąty podobne (K-P) rozwiązać zadania z zastosowaniem cech podobieństwa trójkątów (K-R) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać zadania z zastosowaniem cech podobieństwa trójkątów (R-D) |
| Cechy podobieństwa trójkątów (cd.) | | | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać zadania z zastosowaniem cech podobieństwa trójkątów (K-R) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać zadania z zastosowaniem cech podobieństwa trójkątów (R-D) |
| Pola figur podobnych | <ul style="list-style-type: none"> zależność między stosunkiem pól figur podobnych a skalą podobieństwa (K) | <ul style="list-style-type: none"> zależność między stosunkiem pól figur podobnych a skalą podobieństwa (K) | <ul style="list-style-type: none"> obliczyć pola figur podobnych (P-R) obliczyć skalę podobieństwa, gdy dane są pola figur podobnych (P-R) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać zadania dotyczące pól figur podobnych (R-D) |
| 20. Funkcje trygonometryczne | | | | |
| Funkcje trygonometryczne kąta ostrego | <ul style="list-style-type: none"> definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (K) wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach 30°, 45°, 60° (K) | <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (K) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać trójkąty prostokątne (P-R) korzystać z tablic wartości funkcji trygonometrycznych (K) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać zadania stosując wiadomości o funkcjach trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (R-D) porządkować kąty ostre, znając wartości ich funkcji trygonometrycznych i odwrotnie (R-D) |
| Kąty o miarach | <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: kąt o mierze | <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: kąt o mierze dodatniej, | <ul style="list-style-type: none"> zaznaczyć w układzie | <ul style="list-style-type: none"> podać przykłady kątów spełniających |

| | | | | |
|---|---|---|---|--|
| <p>dodatnich i ujemnych</p> | <p>dodatniej, kąt o mierze ujemnej (K)</p> <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie kąta umieszczonego w układzie współrzędnych (K) | <p>kąt o mierze ujemnej (K)</p> <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie kąta umieszczonego w układzie współrzędnych (K) | <p>współrzędnych kąty o podanych miarach (K-P)</p> <ul style="list-style-type: none"> • ustalić, w której ćwiartce układu współrzędnych leży drugie ramię kąta o podanej mierze (K-P) | <p>określone warunki (R)</p> |
| <p>Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta</p> | <ul style="list-style-type: none"> • definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta (K) • znaki wartości funkcji trygonometrycznych kątów z poszczególnych ćwiartek układu współrzędnych (K) • zależności: $\sin(\alpha + k \cdot 360^\circ) = \sin \alpha$ $\cos(\alpha + k \cdot 360^\circ) = \cos \alpha$ $\operatorname{tg}(\alpha + k \cdot 180^\circ) = \operatorname{tg} \alpha$ (P) | <ul style="list-style-type: none"> • definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta (K) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na końcowym ramieniu kąta (K-P) • ustalić znaki wartości funkcji trygonometrycznych kątów z poszczególnych ćwiartek układu współrzędnych (K) • określić, w której ćwiartce układu leży końcowe ramie kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych kąta (K-P) • obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramie leży na prostej o równaniu $y = ax$ (P) • narysować w układzie kąt, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych (K-P) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów dodatnich i ujemnych, wykorzystując definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym oraz wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ (P-D) • podać wszystkie kąty spełniające określone warunki, korzystając z definicji funkcji trygonometrycznych (R-D) • obliczyć wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów (R-D) |
| <p>Podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi</p> | <ul style="list-style-type: none"> • związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta (tożsamości trygonometryczne) (K) | <ul style="list-style-type: none"> • związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta (K) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z nich (K-R) • sprawdzić tożsamości trygonometryczne (P-D) • uprościć wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne (P-D) • ustalić najmniejszą i największą wartość wyrażenia zawierającego funkcje trygonometryczne (P-D) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne (R-D) |
| <p>Wykres funkcji $y = \sin \alpha$</p> | <ul style="list-style-type: none"> • sposób sporządzania wykresu funkcji $y = \sin \alpha$ (P) • własności funkcji $y = \sin \alpha$ (K) • wzory: $\sin \alpha = \sin(\alpha + k \cdot 360^\circ)$ $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$ $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ (P) | <ul style="list-style-type: none"> • własności funkcji $y = \sin \alpha$ (K) • wzory: $\sin \alpha = \sin(\alpha + k \cdot 360^\circ)$ $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$ $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ (P) | <ul style="list-style-type: none"> • naszkicować wykres funkcji $y = \sin \alpha$ (K) • odczytać z wykresu własności funkcji $y = \sin \alpha$ (K-P) • ustalić znak, obliczyć i porównać wartości funkcji sinus dla podanego | <ul style="list-style-type: none"> • znaleźć argumenty, dla których wartości funkcji sinus spełniają określone warunki (R-D) |

| | | | | |
|--|--|--|--|---|
| | $\sin(\alpha + k \cdot 360^\circ)$ $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$ $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ (P) | | kąta, korzystając z sinusoidy (K–P) | |
| Wykres funkcji $y = \cos \alpha$ | <ul style="list-style-type: none"> • związek $\cos \alpha = \sin(\alpha + 90^\circ)$ (K) • sposoby sporządzania wykresu funkcji $y = \cos \alpha$ (P) • własności funkcji $y = \cos \alpha$ (K) • wzory: $\cos \alpha =$ $\cos(\alpha + k \cdot 360^\circ)$, $\cos \alpha =$ $-\cos(180^\circ - \alpha)$ $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ (P) | <ul style="list-style-type: none"> • związek $\cos \alpha = \sin(\alpha + 90^\circ)$ (K) • sposoby sporządzania wykresu funkcji $y = \cos \alpha$ (P) • własności funkcji $y = \cos \alpha$ (K) | <ul style="list-style-type: none"> • naszkicować wykres funkcji $y = \cos \alpha$, (K) • odczytać z wykresu własności funkcji $y = \cos \alpha$ (K–R) • ustalić znak funkcji cosinus dla podanego kąta, korzystając z cosinusoidy (K–P) • obliczyć wartości funkcji cosinus dla podanych kątów, wykorzystując cosinusoidę (K–P) • porównać wartości i własności funkcji $y = \sin \alpha$ i $y = \cos \alpha$ (K–P) | <ul style="list-style-type: none"> • znaleźć argumenty, dla których wartości funkcji cosinus spełniają określone warunki (R–D) |
| Wykres funkcji $y = \operatorname{tg} \alpha$ | <ul style="list-style-type: none"> • wykres funkcji $y = \operatorname{tg} \alpha$ (K) • pojęcie asymptoty wykresu (P) • własności funkcji tangens (K) • związki: $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(\alpha + 180^\circ)$ $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}(\alpha)$ (P) • zasadę sporządzania wykresów funkcji: $y = -f(x)$, $y = f(x + a)$, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$ (P) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie asymptoty wykresu (P) • własności funkcji tangens (K) • związki: $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(\alpha + 180^\circ)$ $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}(\alpha)$ (P) • zasadę sporządzania wykresów funkcji: $y = -f(x)$, $y = f(x + a)$, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$ (P) | <ul style="list-style-type: none"> • narysować wykres funkcji $y = \operatorname{tg} \alpha$, (P) • odczytać własności funkcji $y = \operatorname{tg} \alpha$ z wykresu (R) • korzystać z wzorów redukcyjnych (P–D) • porządkować wartości funkcji trygonometrycznych dla danego kąta (P–R) • obliczyć wartości funkcji tangens dla podanych kątów, wykorzystując tangensoidę (K–P) | <ul style="list-style-type: none"> • ustalić argumenty, dla których wartości funkcji trygonometrycznych spełniają określone warunki (R–D) |
| Wzory redukcyjne | <ul style="list-style-type: none"> • wzory na obliczanie wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta znając ich wartość dla odpowiedniego kąta ostrego (K) | <ul style="list-style-type: none"> • podstawowe wzory redukcyjne (K) | <ul style="list-style-type: none"> • ustalić wartości funkcji dowolnego kąta, wykorzystując tablice oraz wzory redukcyjne (K–R) • korzystać z tablic trygonometrycznych (K) • wyznaczyć argumenty, dla których funkcje trygonometryczne przyjmują określone wartości (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów (R–D) • uzasadnić tożsamości (R–D) |
| Miara łukowa kąta | <ul style="list-style-type: none"> • definicję miary łukowej kąta środkowego (K) | <ul style="list-style-type: none"> • definicję miary łukowej kąta środkowego (K) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć miarę łukową kąta środkowego (K–P) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej (R–D) |

| | | | | |
|--|---|---|--|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> • jednostkę miary łukowej kąta (K) • zależność między miarą łukową a stopniową kąta (K) | <ul style="list-style-type: none"> • jednostkę miary łukowej kąta (K) • zależność między miarą łukową a stopniową kąta (K) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania, stosując wzór na miarę łukową kąta środkowego (K–P) • zamienić miarę łukową kąta na miarę stopniową i odwrotnie (K–P) | |
| Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej | <ul style="list-style-type: none"> • własności funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej (P–D) • własności funkcji: okresowość, parzystość, nieparzystość (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • własności funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej (P–D) • własności funkcji: okresowość, parzystość, nieparzystość (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • narysować wykresy funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej i określić ich własności (P–D) • wyznaczyć argumenty, dla których funkcje trygonometryczne przyjmują określone wartości (P–R) • dopasować wzór do wykresu funkcji trygonometrycznej i odwrotnie (R) | <ul style="list-style-type: none"> • określić własności funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej (okresowość, parzystość, nieparzystość) (R) • wyznaczyć argumenty, dla których wartości funkcji spełniają dane warunki (R–D) • określić wartość parametru, dla którego funkcja trygonometryczna spełnia dane warunki (R–D) • rysować wykresy funkcji opisanych przy pomocy dwóch wzorów (R–D) |
| Funkcje $y = \sin ax$, $y = a \sin x \dots$ | <ul style="list-style-type: none"> • zasady sporządzania wykresów funkcji $y = \sin ax$, $y = a \sin x$ (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • zasady sporządzania wykresów funkcji $y = \sin ax$, $y = a \sin x \dots$ (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • narysować wykresy funkcji $y = \sin ax$, $y = a \sin x \dots$ (P–R) • odczytać własności funkcji $y = \sin ax$, $y = a \sin x \dots$, korzystając z ich wykresów (R–D) | <ul style="list-style-type: none"> • określić wzory funkcji typu $y = \sin ax$, $y = a \sin x \dots$ spełniających określone warunki (R–D) • narysować wykresy funkcji $y = \sin ax$, $y = a \sin x \dots$ i określić ich własności (R–W) |
| Równania i nierówności trygonometryczne | <ul style="list-style-type: none"> • sposoby rozwiązywania równań i nierówności trygonometrycznych (P–D) • sposoby zapisywania rozwiązań (P–R) • niektóre wzory trygonometryczne (D) | <ul style="list-style-type: none"> • sposoby wykorzystania wykresów funkcji trygonometrycznych do rozwiązywania równań i nierówności (P–R) • sposoby rozwiązywania równań i nierówności trygonometrycznych (P–D) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać równania trygonometryczne postaci $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, (P–R) • rozwiązać proste nierówności trygonometryczne, np. $\sin x \geq a$ (P–D) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać trudniejsze równania i nierówności trygonometryczne np. $\sin 2x = \frac{1}{2}$, $\sin^2 x + \cos x = 1$, $\cos 2x < \frac{1}{2}$ (R–W) |
| Sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów | <ul style="list-style-type: none"> • wzory na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów (K) • wzory na sinus, cosinus i tangens podwojonego kąta (P) | <ul style="list-style-type: none"> • przydatność wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów do wyznaczania dokładnych wartości funkcji trygonometrycznych nietypowych kątów np. 75° • przydatność wzorów na sinus, cosinus i tangens podwojonego kąta w rozwiązywaniu równań | <ul style="list-style-type: none"> • zastosować wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów do wyznaczania dokładnych wartości funkcji trygonometrycznych nietypowych kątów (P–R) • rozwiązać proste równania i nierówności trygonometryczne, stosując wzory na sinus, cosinus i | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać trudniejsze równania i nierówności trygonometryczne, stosując wzory na sinus i cosinus podwojonego kąta (R–D) • udowodnić tożsamości (R–D) |

| | | trygonometrycznych | tangens podwojonego kąta (P–R) | |
|---|--|--|---|---|
| 21. Geometria analityczna – 20 h | | | | |
| Punkty i odcinki w układzie współrzędnych | <ul style="list-style-type: none"> wzór na odległość punktów na płaszczyźnie (wzór na długość odcinka) (K) wzór na wyznaczenie współrzędnych środka odcinka (K) zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem osi układu współrzędnych (K) zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem początku układu współrzędnych (K) | <ul style="list-style-type: none"> wzór na odległość punktów na płaszczyźnie (wzór na długość odcinka) (K) wzór na wyznaczenie współrzędnych środka odcinka (K) zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem osi układu współrzędnych (K) zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem początku układu współrzędnych (K) | <ul style="list-style-type: none"> obliczyć odległość punktów na płaszczyźnie (długość odcinka) (K) rozwiązać zadania z zastosowaniem obliczeń długości odcinka (P–R) wyznaczyć współrzędne środka odcinka (K–P) wyznaczyć współrzędne jednego z końców odcinka znając współrzędne drugiego końca oraz jego środka (P–R) wyznaczyć współrzędne punktów symetrycznych do danych punktów względem osi lub początku układu współrzędnych (K) wyznaczyć współrzędne obrazów danych punktów w symetrii względem prostej równoległej do osi x oraz osi y (P) wyznaczyć równanie prostej, względem której dane punkty są symetryczne (P) wyznaczyć środek symetrii figury złożonej z dwóch punktów (K–P) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać zadania, wykorzystując wzory na długość odcinka oraz jego środek (R) rozwiązać zadania, korzystając z zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem osi lub początku układu współrzędnych (R) |
| Równanie prostej | <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: ogólne równanie prostej, kierunkowe równanie prostej (K) pojęcie współczynnika kierunkowego prostej (K) związek między tangensem kąta nachylenia prostej $y = ax + b$ do osi x a jej współczynnikiem kierunkowym (P) warunek równoległości prostych (K) warunek prostokątności prostych (P) | <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: ogólne równanie prostej, kierunkowe równanie prostej (K) pojęcie współczynnika kierunkowego prostej (K) związek między tangensem kąta nachylenia prostej $y = ax + b$ do osi x a jej współczynnikiem kierunkowym (P) interpretację geometryczną układu dwóch równań liniowych (P) | <ul style="list-style-type: none"> przekształcić ogólne równanie prostej na równanie kierunkowe i odwrotnie (K) obliczyć współrzędne punktów przecięcia danej prostej z osiami układu (K) znaleźć równanie prostej: <ul style="list-style-type: none"> przechodzącej przez dwa dane punkty (K–P) przechodzącej przez dany punkt i równoległej do danej prostej (K–P) przechodzącej przez dany punkt i prostopadłej do danej prostej (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> obliczyć miarę kąta, pod jakim przecinają się proste o danych równaniach (R–D) rozwiązać zadania dotyczące równania prostej (R–W) |

| | | | | |
|--|---|---|---|--|
| | | | <ul style="list-style-type: none"> • sprawdzić, czy dane trzy punkty są współliniowe (P) | |
| Równanie prostej (cd.) | <ul style="list-style-type: none"> • wzór na odległość między prostymi równoległymi (K) • wzór na odległość punktu od prostej (K) | <ul style="list-style-type: none"> • wzór na odległość między prostymi równoległymi (K) • wzór na odległość punktu od prostej (K) | <ul style="list-style-type: none"> • znaleźć równanie prostej: <ul style="list-style-type: none"> – przechodzącej przez dany punkt i równoległej do prostej przechodzącej przez dane dwa inne punkty (P–R) – przechodzącej przez dany punkt i prostopadłej do prostej przechodzącej przez dane dwa inne punkty (P–R) • obliczyć odległość między prostymi równoległymi (P) • obliczyć odległość punktu od prostej (P) • obliczyć pole trójkąta, znając współrzędne jego wierzchołków (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania z zastosowaniem równań prostych (R–D) |
| Równanie okręgu | <ul style="list-style-type: none"> • równanie okręgu w postaci: <ul style="list-style-type: none"> -kanonicznej (K) - ogólnej (P) • warunek koła (R) • interpretację geometryczną zbioru punktów, których współrzędne spełniają określone warunki (R) | <ul style="list-style-type: none"> • równanie okręgu (R) • warunek koła (R) • interpretację geometryczną zbioru punktów, których współrzędne spełniają określone warunki (R) | <ul style="list-style-type: none"> • wyznaczyć równanie okręgu o danym środku i promieniu (P) • określić położenie punktu względem okręgu o danym równaniu (K–P) • rozwiązać zadania dot. okręgu (P–R) • określić wzajemne położenie okręgów znając ich równania (P–R) • przekształcić równanie okręgu z postaci kanonicznej na postać ogólną (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne spełniają określone warunki i opisywać zaznaczone zbiory punktów (R–D) • rozwiązać zadania z zastosowaniem równania okręgu i nierówności koła (R–D) • wyznaczyć równanie stycznej do okręgu o danym równaniu (R–D) |
| Interpretacja geometryczna układu równań | <ul style="list-style-type: none"> • interpretację geometryczną układów równań (K–P) • interpretację geometryczną nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi oraz układów takich nierówności (R–D) | <ul style="list-style-type: none"> • interpretację geometryczną układów równań (K–P) • interpretację geometryczną nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi oraz układów takich nierówności (R–D) | <ul style="list-style-type: none"> • ustalić liczbę rozwiązań układu równań korzystając z jego interpretacji geometrycznej (K–P) • wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych: <ul style="list-style-type: none"> – prostych i okręgów (K–P) – dwóch okręgów, okręgu i paraboli (P–D) | <ul style="list-style-type: none"> • opisać za pomocą nierówności lub układu nierówności zaznaczony zbiór punktów (R) • określić wartość parametru, dla którego parabola, okrąg, prosta spełnia dane warunki (R–D) • wyznaczyć równania okręgów spełniających określone warunki (R–D) • wyznaczyć równania stycznych do danych okręgów spełniających określone warunki (R–D) |

| | | | | |
|--|---|--|--|---|
| | | | | • rozwiązać zadania dotyczące okręgów, elipsy (D–W) |
| 22. Stereometria | | | | |
| Wielościany i inne figury przestrzenne | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie figury wypukłej (K) • pojęcie czworościanu (K) • pojęcie wielościanu foremego (P) • reguły rysowania rzutów brył (K) • wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości graniastosłupa (K) • wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości ostrosłupa (K) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie figury wypukłej (K) • pojęcia: graniastosłup, ostrosłup (K) • pojęcie czworościanu (K) • reguły rysowania rzutów brył (K) | <ul style="list-style-type: none"> • rysować rzuty graniastosłupów i ostrosłupów (K) • wyznaczyć długości odcinków w graniastosłupach i ostrosłupach, korzystając z twierdzenia Pitagorasa oraz funkcji trygonometrycznych kąta w trójkącie prostokątnym (K–R) • obliczyć pola powierzchni i objętości graniastosłupów (K–R) • obliczyć pola powierzchni i objętości ostrosłupów (K–R) • obliczyć pola powierzchni i objętości wielościanów powstałych w wyniku doklejenia lub odcięcia od graniastosłupa (ostrosłupa) innego graniastosłupa lub ostrosłupa (P–D) • obliczyć pola powierzchni i objętości wielościanów foremnych (P–R) • obliczyć długości odcinków w wielościanach foremnych (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania z zastosowaniem obliczania pól powierzchni i objętości wielościanów (R–W) • wyznaczyć długości odcinków w wielościanach foremnych (P–D) |
| Figury obrotowe i inne figury przestrzenne | <ul style="list-style-type: none"> • wzory na obliczanie pól powierzchni i objętości walca, stożka i kuli (K) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie bryły obrotowej (P) | <ul style="list-style-type: none"> • narysować rzuty walca, stożka i kuli (K) • obliczyć pole i objętość brył obrotowych (K) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania na obliczanie pól powierzchni i objętości brył wpisanych w walec(stożek lub kulę) oraz opisanych na walcu (stożku lub kuli) (R–W) • rozwiązać zadania na obliczanie pól powierzchni i objętości brył obrotowych wpisanych w graniastosłup (ostrosłup) i opisanych na graniastosłupie (ostrosłupie) (R–W) |
| Proste i płaszczyzny w przestrzeni | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: proste równoległe w przestrzeni, proste prostopadłe w przestrzeni, proste skośne (K) • pojęcie prostej | <ul style="list-style-type: none"> • różnicę pomiędzy prostymi prostopadłymi w przestrzeni a prostymi skośnymi (P) | <ul style="list-style-type: none"> • wskazać kąty między odcinkami oraz kąty między odcinkami i ścianami w graniastosłupach i ostrosłupach (K–P) • wskazać kąty między ścianami | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania z wykorzystaniem obliczania miar kątów między odcinkami, miar kątów między odcinkami i ścianami oraz między ścianami graniastosłupów i ostrosłupów |

| | | | | |
|---|--|---|--|---|
| | <p>prostopadłej do płaszczyzny (K)</p> <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: kąt dwuścienny, kąt między prostą a płaszczyzną (K) • twierdzenie o trzech prostych prostopadłych (P) | | <p>graniastosłupów i ostrosłupów (P–D)</p> <ul style="list-style-type: none"> • wyznaczyć miary kątów między <ul style="list-style-type: none"> - odcinkami (K–P) - odcinkami i ścianami (P–R) - ścianami (R) graniastosłupów i ostrosłupów • obliczyć pole powierzchni i objętość graniastosłupa lub ostrosłupa na podstawie: <ul style="list-style-type: none"> - rysunku (K–P) - opisu (P–R) | <p>(R–W)</p> <ul style="list-style-type: none"> • uzasadnić wskazane tezy (R–D) |
| Przekroje graniastosłupów i ostrosłupów | <ul style="list-style-type: none"> • definicję przekroju bryły (P) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie przekroju prostopadłościanu (P) | <ul style="list-style-type: none"> • narysować przekrój prostopadłościanu płaszczyzną przechodzącą przez dane odcinki, punkty (K–P) • obliczyć pole przekroju zaznaczonego na rzucie prostopadłościanu (K–R) • obliczyć pole przekroju, którego odcinki zaznaczone są na siatce prostopadłościanu (R–D) • narysować przekrój ostrosłupa płaszczyzną przechodzącą przez dane odcinki, punkty (K–P) • obliczyć pole (obwód) przekroju zaznaczonego na rzucie ostrosłupa (K–R) | <ul style="list-style-type: none"> • wyznaczyć i obliczyć pole przekroju prostopadłościanu (R–D) • wyznaczyć i obliczyć pole przekroju ostrosłupa (R–D) |
| Bryły podobne | <ul style="list-style-type: none"> • zależność między stosunkiem objętości brył podobnych a skalą podobieństwa (K) | | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć pole i objętość brył podobnych (K) • obliczyć pole i objętość brył powstałych poprzez odcięcie ich części (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć objętość brył powstałych ze sklejenia ze sobą części stożków i walców, oraz w wyniku wycięcia walców z części stożków (R–D) • uzasadnić wskazane tezy (R–D) |

Kursywą zaznaczone zostały treści, które, mimo, że nie są objęte podstawą programową, to warto je omówić z uczniami.

| JEDNOSTKA TEMATYCZNA | CELE KSZTAŁCENIA W UJĘCIU OPERACYJNYM WRAZ Z OKREŚLENIEM WYMAGAŃ | | | |
|---|---|---|---|---|
| | podstawowe | | | ponadpodstawowe |
| | KATEGORIA A Uczeń zna: | KATEGORIA B Uczeń rozumie: | KATEGORIA C Uczeń potrafi: | KATEGORIA D Uczeń potrafi: |
| 23. Prawdopodobieństwo część I: | | | | |
| Prawdo- podobieństwo – podstawowe pojęcia | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie losowe, zdarzenie niemożliwe, zdarzenie pewne (K) • klasyczną definicję prawdopodobieństwa (K) • pojęcia zdarzeń przeciwnych i zależności pomiędzy ich prawdopodobieństwami (K) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie losowe, zdarzenie niemożliwe, zdarzenie pewne (K) • klasyczną definicję prawdopodobieństwa (K) • prawdopodobieństwo jest liczbą z przedziału $< 0;1 >$ (K) | <ul style="list-style-type: none"> • określić zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego (K–R) • określić zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu (K–R) • ustalać zdarzenia przeciwnie do danych (K) • obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z klasycznej definicji prawdopodobieństwa (K–P) • obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, wykorzystując zdarzenia przeciwnie (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z klasycznej definicji prawdopodobieństwa w sytuacjach nietypowych (R–D) |
| Obliczanie prawdo- podobieństwa | | | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z klasycznej definicji prawdopodobieństwa (K–P) • obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, wykorzystując tabele ilustrujące przestrzeń zdarzeń elementarnych (K–P) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z klasycznej definicji prawdopodobieństwa w sytuacjach nietypowych (R–D) |
| Drzewka | <ul style="list-style-type: none"> • metodę drzewek (K) | <ul style="list-style-type: none"> • metodę drzewek (K) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z metody drzewek (K–P) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z metody drzewek w sytuacjach nietypowych (R–W) |

Dokument opracowany na podstawie rozkładu materiału wraz z planem realizacji – zakres rozszerzony – pochodzącego ze strony www.gwo.pl

| | | | | |
|------------------------------------|--|---|--|--|
| Wartość oczekiwana | <ul style="list-style-type: none"> wzór na obliczanie wartości oczekiwanej wyniku w danej grze (K) pojęcie gry sprawiedliwej (P) | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie gry sprawiedliwej (P) | <ul style="list-style-type: none"> obliczyć wartość oczekiwaną wyniku w danej grze (K–P) obliczyć wartość nieznaną stawki tak, by opisana gra była sprawiedliwa (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać zadania z zastosowaniem obliczeń wartości oczekiwanej (R–D) |
| Zasada mnożenia i zasada dodawania | <ul style="list-style-type: none"> zasadę mnożenia (K) zasadę dodawania (K) | <ul style="list-style-type: none"> zasadę mnożenia (K) zasadę dodawania (K) | <ul style="list-style-type: none"> stosować zasadę mnożenia (K–R) rozwiązać zadania z zastosowaniem zasady mnożenia (K–R) | <ul style="list-style-type: none"> stosować zasadę mnożenia i zasadę dodawania w sytuacjach nietypowych (R–D) rozwiązać nietypowe zadania z zastosowaniem zasady mnożenia i zasady dodawania (R–D) |
| Wariacje | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie silni (K) pojęcie permutacji (K) pojęcia: wariacja bez powtórzeń, wariacja z powtórzeniami (P) | <ul style="list-style-type: none"> zasadę mnożenia (K) pojęcie silni (K) pojęcie permutacji (K) pojęcia: wariacja bez powtórzeń, wariacja z powtórzeniami (P) | <ul style="list-style-type: none"> obliczyć wartości wyrażeń zawierających symbol silnia (K–R) rozwiązać równanie zawierające symbol silnia (P–R) stosować zasadę mnożenia (K–R) ustalić liczbę permutacji (K–R) ustalić liczby wariacji z powtórzeniami i wariacji bez powtórzeń (K–R) | <ul style="list-style-type: none"> ustalić liczby permutacji, wariacji z powtórzeniami oraz wariacji bez powtórzeń w sytuacjach nietypowych (R–D) rozwiązać nietypowe zadania z zastosowaniem permutacji, wariacji z powtórzeniami oraz wariacji bez powtórzeń (R–W) |
| Kombinacje | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie kombinacji (K) pojęcie symbolu Newtona (K) | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie kombinacji (K) pojęcie symbolu Newtona (K) | <ul style="list-style-type: none"> ustalić liczbę kombinacji (K–P) obliczyć wartości wyrażeń zawierających symbol Newtona (K–P) rozwiązać zadania z zastosowaniem kombinacji (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> ustalić liczbę kombinacji (R–D) rozwiązać nietypowe zadania z zastosowaniem kombinacji (R–D) |
| Dwumian Newtona | <ul style="list-style-type: none"> wzór Newtona (P) własności trójkąta Pascala (P) | <ul style="list-style-type: none"> wzór Newtona (P) własności trójkąta Pascala (P) | <ul style="list-style-type: none"> stosować wzór Newtona (P) przekształcić wyrażenie korzystając ze wzoru Newtona (P–R) rozwiązać zadania wykorzystując wzór Newtona (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> rozwiązać nietypowe zadania z zastosowaniem własności wzoru Newtona (R–W) |
| Kombinatoryka i prawdopodobieństwo | | | <ul style="list-style-type: none"> stosować kombinatorykę w rachunku prawdopodobieństwa (K–R) | <ul style="list-style-type: none"> stosować kombinatorykę w rachunku prawdopodobieństwa w sytuacjach nietypowych (R–D) |

24. Prawdopodobieństwo część 2:

| | | | | |
|-------------------------------|--|---|--|--|
| Suma i iloczyn zdarzeń | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: suma i iloczyn zdarzeń, zdarzenia wykluczające się (K) • twierdzenie oprawdo-podobieństwie sumy zdarzeń (K) • własności prawdo-podobieństwa (K) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: suma, iloczyn zdarzeń, zdarzenia wykluczające się (K) • własności prawdo-podobieństwa (K) • twierdzenie oprawdo-podobieństwie sumy zdarzeń (K) | <ul style="list-style-type: none"> • rozpoznać zdarzenia wykluczające się (K–P) • określić sumę, iloczyn zdarzeń (K–P) • obliczyć prawdopodobieństwa sumy i iloczynu zdarzeń (K–P) • obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z własności prawdopodobieństwa (K–P) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z własności prawdopodobieństwa w sytuacjach nietypowych (R–D) |
| Prawdo-podobieństwo warunkowe | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie prawdo-podobieństwa warunkowego (P) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie prawdopodobieństwa warunkowego (P) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć prawdopodobieństwo warunkowe (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać nietypowe zadania z wykorzystaniem wzoru na prawdopodobieństwo warunkowe (R–D) |
| Prawdo-podobieństwo całkowite | <ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie oprawdo-podobieństwie całkowitym (P) • wzór Bayesa (P) | <ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie oprawdo-podobieństwie całkowitym (P) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć prawdopodobieństwo całkowite (P–R) • obliczyć prawdopodobieństwo z wykorzystaniem wzoru Bayesa (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem twierdzenia oprawdo-podobieństwie całkowitym (R–D) • obliczyć prawdopodobieństwo z wykorzystaniem wzoru Bayesa w sytuacjach nietypowych (P–R) |
| Zdarzenia niezależne | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie niezależności dwóch zdarzeń (K) • własności zdarzeń niezależnych (P) • pojęcie niezależności trzech zdarzeń (P) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie niezależności dwóch zdarzeń (K) • własności zdarzeń niezależnych (P) | <ul style="list-style-type: none"> • badać niezależność dwóch zdarzeń (K–R) • stosować własności zdarzeń niezależnych (P–R) • badać niezależność trzech zdarzeń (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem badania niezależności zdarzeń oraz własności zdarzeń niezależnych (R–D) |
| Schemat Bernoulliego | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie próby Bernoulliego (P) • pojęcie: schemat Bernoulliego (P) • wzór do schematu Bernoulliego (P) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie: schemat Bernoulliego (P) • wzór do schematu Bernoulliego (P) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć prawdopodobieństwo otrzymania k sukcesów w n próbach Bernoulliego (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • stosować schemat Bernoulliego w nietypowych zadaniach (R–D) |
| 25. Granice funkcji: | | | | |
| Granice funkcji – intuicje | <ul style="list-style-type: none"> • zapis granicy funkcji w nieskończoności i w punkcie (K) • zapis jednostronnej granicy funkcji (K) • pojęcie granicy właściwej funkcji (K) | <ul style="list-style-type: none"> • zapis granicy funkcji w nieskończoności i w punkcie (K) • zapis jednostronnej granicy funkcji (K) • pojęcie granicy właściwej funkcji (K) | <ul style="list-style-type: none"> • określić granice funkcji na podstawie jej wykresu (K–R) • szkicować wykres funkcji, mając daną jej dziedzinę i granice tej funkcji (K–R) | <ul style="list-style-type: none"> • podać wzór funkcji spełniającej określone warunki, a następnie ustalić granice tej funkcji (R–D) |

| | | | | |
|-----------------------------|--|--|--|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie granicy niewłaściwej funkcji (K) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie granicy niewłaściwej funkcji (K) | <ul style="list-style-type: none"> • szkicować wykres funkcji zadanej wzorem i na podstawie wykresu określać granice tej funkcji (K–R) | |
| Granice funkcji – definicje | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie granicy właściwej w plus oraz minus nieskończoności(P) • pojęcie granicy niewłaściwej w plus oraz minus nieskończoności(P) • definicję granicy właściwej funkcji w punkcie (P) • definicję granicy niewłaściwej funkcji punkcie (P) • definicje granicy właściwej lewostronnej i prawostronnej (P) • definicje granicy niewłaściwej lewostronnej i prawostronnej (P) • związek między granicami jednostronnymi a granicą funkcji w punkcie (P) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie granicy właściwej w plus oraz minus nieskończoności(P) • pojęcie granicy niewłaściwej w plus oraz minus nieskończoności(P) • definicję granicy właściwej funkcji w punkcie (P) • definicję granicy niewłaściwej funkcji punkcie (P) • definicje granicy właściwej lewostronnej i prawostronnej (P) • definicje granicy niewłaściwej lewostronnej i prawostronnej (P) • związek między granicami jednostronnymi a granicą funkcji w punkcie (P) | <ul style="list-style-type: none"> • określić granice funkcji w plus oraz minus nieskończoności, korzystając z definicji (P–R) • określić granice funkcji w punkcie, korzystając z definicji (P–R) • korzystając z definicji, wykazać, że dana funkcja nie ma granicy (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • korzystając z definicji, określić granice funkcji w plus oraz minus nieskończoności (R–D) • korzystając z definicji, określić granice funkcji w punkcie (R–D) • korzystając z definicji, wykazać, że dana funkcja nie ma granicy (R–D) |
| Funkcje ciągłe | <ul style="list-style-type: none"> • definicja funkcji ciągłej w punkcie (K) • własności funkcji ciągłych (K) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie funkcji ciągłej w punkcie (K) • własności funkcji ciągłych (K) | <ul style="list-style-type: none"> • wskazać punkty, w których funkcja nie jest ciągła (K–R) • sprawdzić ciągłość funkcji w punkcie i w całej dziedzinie (K–R) | <ul style="list-style-type: none"> • określić, dla jakiej wartości parametrów funkcja jest ciągła w danym punkcie (R–W) • znaleźć punkty, w których funkcja nie jest ciągła (R–W) |
| Twierdzenie Darboux | <ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie Darboux | <ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie Darboux | <ul style="list-style-type: none"> • uzasadnić przyjmowanie przez funkcje daną wzorem określonych wartości (P–R) • sprawdzić czy równanie ma rozwiązanie w podanym przedziale i znaleźć jego przybliżoną wartość, korzystając z twierdzenie Darboux (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • uzasadnić różne tezy, korzystając z twierdzenie Darboux (R–D) |
| Obliczanie granic | <ul style="list-style-type: none"> • własności granic właściwych funkcji w nieskończoności (K) • własności granic niewłaściwych funkcji w nieskończoności (K) • symbole nieoznaczone (K) | <ul style="list-style-type: none"> • własności granic właściwych funkcji w nieskończoności (K) • własności granic niewłaściwych funkcji w nieskończoności (K) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć granice funkcji w nieskończoności, wykorzystując własności granic właściwych i niewłaściwych (K–R) • obliczyć granice funkcji z | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć granice funkcji w nieskończoności, wykorzystując własności granic właściwych i niewłaściwych (R–D) • obliczyć granice funkcji z |

| | | | | |
|------------------------------|--|---|--|---|
| | | | symbolami nieoznaczonymi (P–R) | symbolami nieoznaczonymi (R–D) • obliczyć, dla jakich wartości parametrów granice przyjmują określoną wartość (R–D) |
| Obliczanie granic (cd.) | <ul style="list-style-type: none"> • własności granic niewłaściwych funkcji w punkcie (K) • własności jednostronnych granic niewłaściwych funkcji w punkcie (K) • definicje asymptot poziomej i pionowej wykresu funkcji (R) • definicję asymptoty ukośnej wykresu funkcji (D) | <ul style="list-style-type: none"> • własności granic niewłaściwych funkcji w punkcie (K) • własności jednostronnych granic niewłaściwych funkcji w punkcie (K) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć granice funkcji w punkcie, wykorzystując własności granic niewłaściwych (K–R) • obliczyć jednostronne granice funkcji w punkcie, wykorzystując własności granic niewłaściwych (K–R) • obliczyć granice funkcji w punkcie w przypadku symboli nieoznaczonych (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • wyznaczyć równania asymptot pionowych i poziomych wykresów funkcji (R–D) |
| 26. Pochodna funkcji: | | | | |
| Pochodna funkcji w punkcie | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie siecznej wykresu funkcji (K) • pojęcie stycznej do wykresu funkcji (K) • definicję pochodnej funkcji w punkcie (K) • związek między pochodną funkcji w punkcie i współczynnikiem kierunkowym stycznej (K) | <ul style="list-style-type: none"> • różnice pomiędzy sieczną wykresu funkcji a styczną do wykresu funkcji (K) • związek między pochodną funkcji w punkcie i współczynnikiem kierunkowym stycznej (K) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć pochodne funkcji w punkcie, korzystając z definicji (K–R) • sprawdzić, czy funkcja ma pochodną w danym punkcie (K–R) • wyznaczyć równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie (K–R) | <ul style="list-style-type: none"> • wykazać, że funkcja nie ma pochodnej w danym punkcie (P–D) • korzystając z wykresu funkcji, wskazać argumenty, dla których pochodna spełnia określone warunki (P–D) |
| Pochodna funkcji | <ul style="list-style-type: none"> • definicję pochodnej funkcji (K) • twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji (K) • wzór na pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym (K) | <ul style="list-style-type: none"> • twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji (K) • wzór na pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym (K) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć pochodne funkcji (K–R) • wyznaczyć równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie (K–R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać nietypowe zadania prowadzące do obliczenia pochodnej funkcji (R–D) |
| Pochodna funkcji złożonej | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia złożenia funkcji, funkcji wewnętrznej, funkcji zewnętrznej (P) • symbol złożenia funkcji (P) • wzór na pochodną funkcji złożonej (P) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcia złożenia funkcji, funkcji wewnętrznej, funkcji zewnętrznej (P) • wzór na pochodną funkcji złożonej (P) | <ul style="list-style-type: none"> • wyznaczyć wzór funkcji złożonej, mając dane wzory funkcji wewnętrznej i zewnętrznej (P) • obliczyć pochodne funkcji złożonych (P–R) • wyznaczyć równanie stycznej do wykresu funkcji złożonej w danym | <ul style="list-style-type: none"> • wyznaczyć wzór funkcji złożonej, mając dane wzory funkcji wewnętrznej i zewnętrznej (R–D) • obliczyć pochodne funkcji złożonych (R–D) • wyznaczyć równanie stycznej do wykresu funkcji złożonej w danym punkcie (R–D) |

| | | | | |
|------------------------------|--|--|--|--|
| | | | punkcie (K–R) | |
| Monotoniczność funkcji | <ul style="list-style-type: none"> • twierdzenia dotyczące związku znaku pochodnej funkcji z monotonicznością funkcji (K) | <ul style="list-style-type: none"> • twierdzenia dotyczące związku znaku pochodnej funkcji z monotonicznością funkcji (K) | <ul style="list-style-type: none"> • określić przedziały, w których pochodna funkcji przyjmuje wartości dodatnie, ujemne na podstawie wykresu tej funkcji (P) • określić przedziały monotoniczności funkcji na podstawie wykresu jej pochodnej (K–P) • określić przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wzoru (K–R) | <ul style="list-style-type: none"> • określić przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wzoru (R–D) • dopasować do wykresu pochodnej funkcji wykres tej funkcji i odwrotnie (P–D) • określić wartość parametru, dla którego dana funkcja jest rosnąca lub malejąca (R–D) |
| Ekstrema | <ul style="list-style-type: none"> • definicję minimum i maksimum lokalnego (K) • pojęcie ekstremum lokalnego (K) • warunek konieczny istnienia ekstremum (K) • warunek dostateczny istnienia ekstremum (K) • pojęcie punktu przegięcia (R) | <ul style="list-style-type: none"> • definicję minimum i maksimum lokalnego (K) • pojęcie ekstremum (K) • warunek konieczny istnienia ekstremum (K) • warunek dostateczny istnienia ekstremum (K) • pojęcie punktu przegięcia (R) | <ul style="list-style-type: none"> • określić ekstrema lokalne na podstawie wykresu funkcji (K–P) • obliczyć ekstrema lokalne funkcji na podstawie jej wzoru (K–R) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć ekstrema lokalne funkcji na podstawie jej wzoru (R–D) • dopasować do wykresu pochodnej wykres funkcji i odwrotnie (P–D) • zbadać liczbę rozwiązań równania w zależności od wartości parametrów (R–D) • wykazać określone własności funkcji (R–D) |
| Zastosowania pochodnej | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie największej wartości funkcji w danym przedziale (K) • pojęcie najmniejszej wartości funkcji w danym przedziale (K) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie największej wartości funkcji w danym przedziale (K) • pojęcie najmniejszej wartości funkcji w danym przedziale (K) | <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć największą i najmniejszą wartość funkcji w danym przedziale (K–P) • wyznaczyć zbiór wartości funkcji na podstawie jej wzoru (P–R) • rozwiązać proste zadanie optymalizacyjne (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać nietypowe zadanie optymalizacyjne (R–D) |
| Zastosowania pochodnej (cd.) | <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie prędkości jako pochodnej funkcji opisującej zmianę odległości • pojęcie przyspieszenia jako pochodnej funkcji opisującej prędkość | <ul style="list-style-type: none"> • fizyczną interpretację pochodnej | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać zadania dotyczące prędkości chwilowej i przyspieszenia (P–R) | <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązać nietypowe zadania dotyczące prędkości chwilowej i przyspieszenia (R–D) |