

# **Wymagania na poszczególne oceny z matematyki**

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

***Wymagania na ocenę dopuszczającą (K)***

***Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą (P)***

***Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną I dopuszczającą (R)***

***Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą (D)***

***Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą (W)***

## I. ZBIORY LICZBOWE. LICZBY RZECZYWISTE.

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiory równe, podzbiór zbioru, zbiór skończony, nieskończony;	potrafi określać relacje pomiędzy zbiorami (równość zbiorów, zawieranie się zbiorów, rozłączność zbiorów);	potrafi sprawnie posługiwać się symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów;	potrafi przeprowadzić proste dowody, w tym dowody „nie wprost”, dotyczące własności liczb rzeczywistych;	potrafi stosować działania na zbiorach do wnioskowania na temat własności tych zbiorów;
zna symbolikę matematyczną dotyczącą zbiorów (należy/nie należy, zawiera się);	zna definicję sumy, iloczynu, różnicy zbiorów;	wyznaczać sumy, różnice i iloczyny więcej niż dwóch zbiorów;	potrafi wyznaczyć dopełnienie zbioru liczbowego skończonego w przestrzeni R;	potrafi rozwiązywać zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące własności liczb rzeczywistych;
potrafi podać przykłady zbiorów (w tym przykłady zbiorów skończonych oraz nieskończonych);	potrafi wyznaczać sumę, iloczyn i różnicę zbiorów skończonych;	potrafi podać przykłady zbiorów A i B, jeśli dana jest suma, iloczyn albo różnica tych zbiorów;		
potrafi określić relację pomiędzy elementem i zbiorem;		zna pojęcie dopełnienia zbioru i potrafi zastosować je w działaniach na zbiorach;		
zna symboliczne oznaczenia zbiorów liczbowych;	potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb naturalnych;	zna definicję liczb względnie pierwszych;	potrafi wykazać podzielność liczb całkowitych, zapisanych symbolicznie;	
potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych: N, Z, Q, R-Q;	zna definicję liczby całkowitej parzystej oraz nieparzystej;	zna i stosuje w obliczeniach zależność dotyczącą liczb naturalnych różnych od zera $NWD(a,b) \cdot NWW(a, b) = a \cdot b$ ;	umie podać część całkowitą każdej liczby rzeczywistej i część ułamkową liczby wymiernej;	
zna pojęcia: liczby naturalnej, całkowitej, wymiernej, niewymiernej;	potrafi sprawnie wykonywać działania na ułamkach zwykłych i na ułamkach dziesiętnych;	potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb całkowitych ujemnych;	potrafi oszacować wartość liczby niewymiernej;	
potrafi rozróżniać liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne;	zna i stosuje w obliczeniach kolejność działań i prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;	potrafi podać zapis symboliczny wybranych liczb, np. liczby parzystej, liczby nieparzystej, liczby podzielnej przez daną liczbę całkowitą, wielokrotności danej liczby; zapis liczby, która w wyniku dzielenia przez daną liczbę całkowitą daje wskazaną resztę;		
potrafi przedstawić liczbę wymierną w postaci ułamka	potrafi porównywać liczby rzeczywiste;			

zwykłego i w postaci rozwinięcia dziesiętnego;				
umie zamienić ułamek o rozwinięciu dziesiętnym nieskończonym okresowym na ułamek zwykły;	potrafi podać liczbę przeciwną oraz odwrotną do danej;			
potrafi zaznaczać liczby wymierne na osi liczbowej;				
zna definicję wartości bezwzględnej;				
umie obliczyć wartość bezwzględną liczby;				
potrafi wskazać liczby pierwsze i liczby złożone;				
zna i potrafi stosować cechy podzielności liczb naturalnych (przez 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10);				
potrafi rozłożyć liczbę naturalną na czynniki pierwsze;				
potrafi wyznaczyć największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb naturalnych;				
rozumie pojęcie przedziału;	potrafi zaznaczyć przedział na osi opisany za pomocą warunków;		wykonywać działania na więcej niż dwóch przedziałach liczbowych;	potrafi stosować działania na zbiorach do wnioskowania na temat własności tych zbiorów;
rozpoznaje przedziały ograniczone i nieograniczone;	potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną przedziałów;			potrafi rozwiązywać zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące własności liczb rzeczywistych;
zna i rozumie pojęcie przedziału otwartego i domkniętego;	potrafi sprawdzić, czy dana liczba należy do przedziału;			
potrafi zapisać za pomocą przedziałów zbiory opisane nierównościami;				
potrafi zaznaczyć na osi liczbowej podany przedział liczbowy;				

wie , co to jest równanie z jedną niewiadomą;	wie, jakie równanie nazywamy równaniem sprzecznym, a jakie równaniem tożsamościowym;	potrafi podać przykład równania sprzecznego oraz równania tożsamościowego;	potrafi wskazać przykład nierówności sprecznej oraz nierówności tożsamościowej;	
wie , co to jest nierówność z jedną niewiadomą;	wie, jaką nierówność nazywamy sprzeczną, a jaką nierównością tożsamościową;		wie, kiedy dwa równania (dwie nierówności) są równoważne i potrafi wskazać równania (nierówności) równoważne;	
zna definicję rozwiązania równania (nierówności) z jedną niewiadomą;	zna twierdzenia pozwalające przekształcać w sposób równoważny równania i nierówności;			
	potrafi rozwiązywać równania z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;			
	potrafi rozwiązywać nierówności z jedną niewiadomą metodą nierówności równoważnych;			
<i>potrafi obliczyć procent danej liczby, a także wyznaczyć liczbę, gdy dany jest jej procent;</i>	<i>potrafi odczytywać dane w postaci tabel i diagramów, a także przedstawiać dane w postaci diagramów procentowych;</i>		<i>rozumie zmiany bankowych stóp procentowych i umie wyrażać je w punktach procentowych (oraz bazowych);</i>	
<i>potrafi obliczyć, jakim procentem danej liczby jest druga dana liczba;</i>	<i>potrafi odczytywać dane przedstawione w tabeli lub na diagramie i przeprowadzać analizę procentową przedstawionych danych;</i>			
<i>potrafi określić, o ile procent dana wielkość jest większa (mniejsza) od innej wielkości;</i>	<i>potrafi obliczyć błąd bezwzględny i błąd względny danego przybliżenia;</i>			
<i>potrafi posługiwać się procentem w prostych zadaniach tekstowych (w tym wzrosty i spadki cen, podatki, kredyty i lokaty);</i>	<i>potrafi obliczyć błąd procentowy przybliżenia;</i>			
<i>rozumie pojęcie punktu procentowego i potrafi się nim posługiwać;</i>	<i>potrafi szacować wartości wyrażień;</i>			

## II. WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE.

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna pojęcia: jednomianu, jednomianów podobnych, wyrażenia algebraicznego;	zna metodę grupowania wyrazów;	potrafi mnożyć sumy algebraiczne;	potrafi zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, w sytuacjach wymagających nietypowego pogrupowania wyrazów;	potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych;
rozumie zasadę redukowania wyrazów podobnych;	potrafi zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, stosując metodę grupowania wyrazów w sytuacjach typowych;	potrafi budować i nazywać wyrażenia algebraiczne o złożonej konstrukcji;		
potrafi dodawać i odejmować sumy algebraiczne;	potrafi sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <math>(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2</math></li> <li>▪ <math>(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2</math></li> <li>▪ <math>a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)</math></li> </ul>	potrafi rozłożyć wyrażenia na czynniki metodą grupowania wyrazów lub za pomocą wzorów skróconego mnożenia;		
potrafi mnożyć sumy algebraiczne przez jednomiany;	wykonuje działania na wyrażeniach, które zawierają wymienione wzory skróconego mnożenia;			
obliczać wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;	potrafi usuwać niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia (różnicę kwadratów dwóch wyrażeń);			
sprowadza wyrażenia algebraiczne do najprostszej postaci i oblicza ich wartości dla podanych wartości zmiennych;				
potrafi wyłączać wspólny czynnik z różnych wyrażeń;				
potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku	potrafi przeprowadzić dowód niewymierności $\sqrt{2}$ ;	sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i	potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym;	potrafi sprawnie działać na wyrażeniach zawierających potęgi i

naturalnym, całkowitym i wymiernym;		pierwiastki;		pierwiastki z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;
zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach;	usunąć niewymierność z mianownika, który jest pierwiastkiem kwadratowym;	sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie;	potrafi przeprowadzić dowód niewymierności $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \dots$ ;	potrafi sprawnie rozkładać wyrażenia zawierające potęgi i pierwiastki na czynniki, stosując jednocześnie wzory skróconego mnożenia i metodę grupowania wyrazów;
zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach;	usunąć niewymierność z mianownika, który jest sumą lub różnicą zawierającą w zapisie pierwiastek kwadratowy;	sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki;	potrafi rozwiązywać niestandardowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem potęg o wykładnikach całkowitych;
potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;		potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias;		
potrafi dowodzić proste twierdzenia;	potrafi rozpoznać zdania w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań;	potrafi dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem wprost;	zna prawo negacji implikacji i potrafi je stosować w praktyce;	potrafi stosować wiadomości z logiki do wnioskowania matematycznego;
potrafi odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi;	potrafi zbudować zdania złożone w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań z danych zdań prostych;	potrafi dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem nie wprost;	potrafi, na podstawie implikacji prostej, utworzyć implikację odwrotną, przeciwną oraz przeciwstawną;	potrafi przeprowadzać dowody twierzeń o niestandardowej treści;
umie określić wartość logiczną zdania prostego;	potrafi określić wartości logiczne zdań złożonych, takich jak koniunkcja, alternatywa, implikacja i równoważność zdań;	potrafi symbolicznie zapisać zdanie z kwantyfikatorem;	wie, że równoważne są implikacje: prosta i przeciwstawną oraz odwrotna i przeciwna;	
zna pojęcia kwantyfikatora ogólnego i kwantyfikatora szczegółowego;	potrafi odróżnić definicję od twierdzenia;	potrafi ocenić wartość logiczną prostego zdania z kwantyfikatorem;	potrafi negować zdania złożone;	
potrafi uzasadnić fałsz zdania prostego poprzedzonego kwantyfikatorem ogólnym (podać kontrprzykład);	zna prawa De Morgana (prawo negacji alternatywy oraz prawo negacji koniunkcji) i potrafi je stosować;	potrafi podać zaprzeczenie prostego zdania z kwantyfikatorem;	rozumie budowę twierdzenia matematycznego; potrafi wskazać jego założenie i tezę;	
potrafi zanegować zdanie proste i określić wartość logiczną zdania zanegowanego;	zna zasadę dowodzenia wprost;	potrafi podać kontrprzykład, jeśli twierdzenie jest fałszywe;	zna zasadę dowodzenia nie wprost;	
		potrafi budować zdania złożone i oceniać ich wartości logiczne;	potrafi przeprowadzić dowód prostych twierzeń np. dotyczących podzielności liczb, wyrażeń algebraicznych;	

		potrafi wnioskować o wartościach zdań składowych wybranych zdań złożonych na podstawie informacji o wartościach logicznych zdań złożonych;	potrafi przeprowadzać dowody twierdzeń zapisanych w postaci równoważności;	
potrafi wyznaczyć ze wzoru wskazaną zmienną;	zna pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej i średniej geometrycznej liczb oraz potrafi obliczyć te średnie dla podanych liczb;	sprawnie przekształca wzory matematyczne, fizyczne i chemiczne;	potrafi wykonywać przekształcenia wzorów wymagające skomplikowanych operacji;	
zna pojęcie średniej arytmetycznej liczb oraz potrafi obliczyć te średnie dla podanych liczb;			stosuje średnią arytmetyczną, średnią ważoną i średnią geometryczną w zadaniach tekstowych	
zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji;	potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi;	zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach;	potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu;	potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmów;
zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana;	potrafi zamienić podstawę logarytmu;	rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń;	
zna pojęcie logarytmu dziesiętnego;		potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami;		
zna i rozumie twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi, zamianie podstawy logarytmu;				

### III. FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI.

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
potrafi odróżnić funkcję od innych przyporządkowań;	potrafi na podstawie wykresu funkcji liczbowej odczytać jej własności, takie jak: a) dziedzinę funkcji b) zbiór wartości funkcji	potrafi podać argumenty, dla których wartości funkcji spełniają określone warunki;	potrafi (na podstawie definicji) udowodnić, że funkcja jest rosnąca (malejąca) w danym zbiorze;	potrafi (na podstawie definicji) wykazać różnowartościowość danej funkcji;

	<p>c) miejsce zerowe funkcji</p> <p>d) argument funkcji, gdy dana jest wartość funkcji</p> <p>e) wartość funkcji dla danego argumentu</p> <p>f) przedziały, w których funkcja jest rosnąca, malejąca, stała</p> <p>g) zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie, nieujemne</p> <p>h) najmniejszą oraz największą wartość funkcji;</p>			
potrafi podać przykład funkcji;	potrafi interpretować informacje <i>na podstawie wykresów funkcji</i> lub ich wzorów (np. dotyczące różnych zjawisk przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych);	potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem w przypadku, gdy wyznaczenie dziedziny funkcji wymaga rozwiązania koniunkcji warunków, dotyczących mianowników lub pierwiastków stopnia drugiego, występujących we wzorze;	potrafi naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach;	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące własności funkcji;
potrafi opisywać funkcje na różne sposoby: wzorem, tabelką, grafem, opisem słownym;	potrafi przetwarzać informacje dane w postaci wzoru <i>lub wykresu funkcji</i> ;	potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji opisanej wzorem;	potrafi (na podstawie definicji) udowodnić, że funkcja jest rosnąca (malejąca) w danym zbiorze;	
potrafi naszkicować wykres funkcji liczbowej określonej słownie, grafem, tabelką, wzorem;		potrafi stosować wiadomości o funkcji do opisywania zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym;	zna definicję funkcji parzystej oraz nieparzystej;	
potrafi odróżnić wykres funkcji od krzywej, która wykresem funkcji nie jest;		potrafi podać opis matematyczny prostej sytuacji w postaci wzoru funkcji;	potrafi zbadać na podstawie definicji parzystość (nieparzystość) danej funkcji;	
potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem (w prostych przypadkach);		potrafi naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach;	potrafi dopasować wykres funkcji do jej opisu słownego;	
potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji liczbowej (w prostych przypadkach);			<i>rozwiązywać zadania praktyczne z zastosowaniem własności funkcji</i> ;	
potrafi obliczyć wartość funkcji liczbowej dla danego argumentu, a także obliczyć argument funkcji,				

gdy dana jest jej wartość;				
potrafi określić zbiór wartości funkcji w prostych przypadkach (np. w przypadku, gdy dziedziną funkcji jest zbiorem skończonym);				

#### IV. FUNKCJA LINIOWA.

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą;	potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji;	potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.;	potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami) interpretującego liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej;	rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;
potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;	potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY;	potrafi wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt punktu należący do jej wykresu;	rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;	
rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej;	potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);		<i>potrafi sporządzić wykresy wybranych funkcji i omówić ich własności;</i>	
zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;	potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu;			
potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);	potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;			
potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;	potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci			

	wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć);			
potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne);				
potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;				
potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji;				
zna twierdzenie o współczynniku kierunkowym (wzór);				
potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;				
potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;				

## V. UKŁADY RÓWNAŃ LINIOWYCH Z DWIEMA NIEWIADOMYMI.

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna pojęcie równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;	potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych;	potrafi opisywać treści zadań problemowych za pomocą układów równań oraz przedstawiać ich rozwiązania;	potrafi wyznaczać wartość parametru, aby rozwiązaniem układu była wskazana para liczb;	potrafi opisywać treści zadań niestandardowych za pomocą układów równań oraz przedstawiać ich rozwiązania;
wie, że wykresem równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi jest prosta;	zna pojęcia: układ oznaczony, nieoznaczony, spreczny i umie podać ich interpretację geometryczną;		potrafi przedstawić ilustrację graficzną układu równań oznaczonych, nieoznaczonych, sprecznych;	potrafi rozwiązać układy trzech (i więcej) układów równań liniowych z trzema (czterema) niewiadomymi;
zna pojęcie układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;	umie rozpoznać układy równań: oznaczonych, nieoznaczonych, sprecznych;			potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego podany układ równań jest oznaczony, nieoznaczony albo spreczny;
zna rozumie pojęcie układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi;	potrafi opisać zbiór rozwiązań układu nieoznaczonego;			

zna metody rozwiązywania układów równań liniowych: podstawiania i przeciwnych współczynników;				
potrafi rozwiązywać algebraicznie (metodą przez podstawienie oraz metodą przeciwnych współczynników) układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi;				
potrafi sprawdzić, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań liniowych;				

## VI. PODSTAWOWE WŁASNOŚCI WYBRANYCH FUNKCJI.

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem $y = ax^2$ , gdzie $a \neq 0$ , oraz omówić jej własności na podstawie wykresu;	potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadania optymalizacyjnych;	potrafi opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej;	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej.	potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.
zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej;	potrafi rozwiązywać zadania prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą (w tym także zadania geometryczne);	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując funkcję kwadratową;		
potrafi, bez użycia wzorów w wybranych przypadkach, obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;	potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej;			
potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;	potrafi opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej;			
potrafi na podstawie wykresu podać własności funkcji kwadratowej oraz odczytać zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne;				

zna i rozumie pojęcie wielkości odwrotnie proporcjonalnych;	rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej;		potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem wielkości odwrotnie proporcjonalnych	potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące proporcjonalności odwrotnej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.
wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną;	potrafi rozwiązywać proste zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem wielkości odwrotnie proporcjonalnych;			
potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;	potrafi narysować wykres funkcji;			
rozumie różnice pomiędzy wielkościami wprost proporcjonalnymi a wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;	potrafi opisać własności funkcji;			
potrafi rozpoznać wielkości odwrotnie proporcjonalne;				
zna definicję funkcji wykładniczej;	potrafi porównać potęgi o tych samych podstawach i wykładnikach rzeczywistych;		potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej;	potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych (wykładniczych i logarytmicznych).
potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;	potrafi obliczać wartość funkcji wykładniczej dla danego argumentu;			
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;	potrafi odczytać z wykresu funkcji wykładniczej argumenty dla danej wartości funkcji;			
potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu;	potrafi rozwiązywać proste zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej;			
zna definicję funkcji logarytmicznej;	potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu;		potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji logarytmicznej;	potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji logarytmicznych (wykładniczych i logarytmicznych).
potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji;	rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście		posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami	

	praktycznym, w których wykorzystuje funkcję logarytmiczną;		logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp.	
potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;				

## VII. GEOMETRIA PŁASKA – POJĘCIA WSTĘPNE. TRÓJKĄTY.

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;	zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach;	zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej;	potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawiania trójkątów;	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur;	zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych;	zna definicję wielokąta;	potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka;	zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych;
zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;	zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;	zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;	potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta;	umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia;
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;	zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;	wie, jaki wielokąt nazywamy foremnym;	potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków;	potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń;
zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;	umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny;	potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego;	potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności;	potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;
zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań;	umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum;	potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń;	potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;

umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;	zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;	zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań;	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;	potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej;	zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;	potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa);	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii;
zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań;	zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;	zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;	zna definicję wektora na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych);	
umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka;	zna trzy cechy przystawiania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;		wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;	
zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;	zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań;		potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;	
potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające;	umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych;		zna prawa dotyczące działań na wektorach;	
potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie;			potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;	
wie, ile wynosi suma miar kątów w trójkącie;				
zna warunek na długość odcinków, z których można zbudować trójkąt;				
zna twierdzenie dotyczące odcinka łączącego środki dwóch boków trójkąta i potrafi je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań;				
zna twierdzenie Pitagorasa i umie je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań;				

zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i wykorzystuje je do sprawdzenia, czy dany trójkąt jest prostokątny;				
---	--	--	--	--

### VIII. TRYGNOMETRIA KĄTA OSTREGO

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;	potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;	potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;	potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.
potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;	zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;	potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;	
potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);	potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;	potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;		
potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;				
zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;				

### IX. PRZEKSZTAŁCENIA WYKRESÓW FUNKCJI

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna określenie wektora i potrafi podać jego cechy;	potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora	potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania (o podwyższonym stopniu trudności), dotyczące przekształceń wykresów funkcji

				oraz własności funkcji
potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora	potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań	potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;	
potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)	potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor	potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	zna prawa dotyczące działań na wektorach;	
zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych	potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ oraz $y = -f(-x)$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$		potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;	
potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)	umie podać własności funkcji: $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ , $y = -f(-x)$ w oparciu o dane własności funkcji $y = f(x)$		potrafi naszkicować wykres funkcji, którego sporządzenie wymaga kilku poznanych przekształceń	
potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii osiowej względem osi OX oraz osi OY	potrafi zapisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przekształcenia wykresu funkcji $f$ przez symetrię osiową względem osi OX, symetrię osiową względem osi OY, symetrię środkową względem początku układu współrzędnych, przesunięcie równoległe o dany wektor.		potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań typowych o podwyższonym stopniu trudności	
potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii środkowej względem punktu (0,0)			potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o podwyższonym stopniu trudności	
potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ oraz $y = -f(-x)$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$				

## X. RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI Z WARTOŚCIĄ BEZWZGLĘDNĄ I PARAMETREM.

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną	potrafi zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną typu: $ x - a  = b$ , $ x - a  < b$ , $ x - a  > b$	rozwiązuje równania oraz nierówności z wartością bezwzględną metodą graficzną	potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem	rozwiązuje zadanie nietypowe, o podwyższonym stopniu trudności;
potrafi obliczyć wartość bezwzględną liczby	potrafi uprościć wyrażenie z wartością bezwzględną dla zmiennej z danego przedziału		rozwiązuje algebraicznie i graficznie równania oraz nierówności z wartością bezwzględną o podwyższonym stopniu trudności	
umie zapisać i obliczyć odległość na osi liczbowej między dwoma dowolnymi punktami	potrafi na podstawie zbioru rozwiązań nierówności z wartością bezwzględną zapisać tę nierówność			
rozwiązuje proste równania z wartością bezwzględną typu $ x - a  = b$	wyznacza na osi liczbowej współrzędne punktu odległego od punktu o danej współrzędnej o daną wartość			
zaznacza na osi liczbowej liczby o danej wartości bezwzględnej				

## XI. FUNKCJA KWADRATOWA.

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem $y = ax^2$ , gdzie $a \neq 0$ , oraz omówić jej własności na podstawie wykresu;	potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadania optymalizacyjnych;	potrafi opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej;	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej.	potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych

				<i>pomysłów.</i>
<i>zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej;</i>	<i>potrafi rozwiązywać zadania prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą (w tym także zadania geometryczne);</i>	<i>potrafi rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując funkcję kwadratową;</i>		<i>potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów</i>
<i>potrafi, bez użycia wzorów w wybranych przypadkach, obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;</i>	<i>potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej;</i>	<i>potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne</i>	<i>potrafi rozwiązywać zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności dotyczące własności funkcji kwadratowej;</i>	
<i>potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;</i>	<i>potrafi opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej;</i>	<i>potrafi rozwiązywać równania prowadzące do równań kwadratowych</i>	<i>potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności funkcji kwadratowej;</i>	
<i>potrafi na podstawie wykresu podać własności funkcji kwadratowej oraz odczytać zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne;</i>				
<i>zna wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej <math>y = a(x - x_1)(x - x_2)</math>, gdzie <math>a \neq 0</math></i>	<i>potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;</i>			
<i>zna wzory pozwalające obliczyć: wyróżnik funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli, miejsca zerowe funkcji kwadratowej (o ile istnieją)</i>	<i>rozwiązuje nierówność kwadratową, jeżeli <math>\Delta \leq 0</math></i>			
<i>odczytuje wartości pierwiastków na podstawie</i>	<i>potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach;</i>			

postaci iloczynowej				
potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;	potrafi podać niektóre własności funkcji kwadratowej (bez szkicowania jej wykresu) na podstawie wzoru funkcji w postaci kanonicznej (np. przedziały monotoniczności funkcji, równanie osi symetrii paraboli, zbiór wartości funkcji) oraz na podstawie wzoru funkcji w postaci iloczynowej (np. zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne);			
potrafi sprawnie zamieniać wzór funkcji kwadratowej (wzór w postaci kanonicznej na wzór w postaci ogólnej i odwrotnie, wzór w postaci iloczynowej na wzór w postaci kanonicznej itp.)	potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej wykresie;			
interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje)	potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym;			
potrafi naszkicować wykres dowolnej funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;				
potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności;				
potrafi algebraicznie rozwiązywać równania kwadratowe z jedną niewiadomą;				
potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;				

rozwiązuje algebraicznie nierówność kwadratową, jeżeli $\Delta > 0$				
---	--	--	--	--

## XII. GEOMETRIA PŁASKA – OKRĘGI I KOŁA.

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;	zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach;	zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej;	potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawiania trójkątów;	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur;	zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych;	zna definicję wielokąta;	potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka;	zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych;
zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;	zna wniosek z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;	zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;	potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta;	umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;	zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;	wie, jaki wielokąt nazywamy foremnym;	potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków;	potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń;
zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;	umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny;	potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego;	potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności;	potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;
zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz	umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich	potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności	potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie

potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań;	przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum;	wypukłego jest stała;	dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń;	prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną.
umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;	zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;	zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań;	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;	potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej;	zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;	potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej ( tw. Pitagorasa, tw. Talesa,	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii;
zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań,	zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;	zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;		potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka;	zna trzy cechy przystawania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;	potrafi skonstruować styczną do okręgu, przechodzącą przez punkt leżący w odległości większej od środka okręgu niż długość promienia okręgu;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;	umie udowodnić twierdzenia o kątach środkowych i wpisanych w koło;
zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;	zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań;	potrafi skonstruować styczną do okręgu przechodzącą przez punkt leżący na okręgu;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące położenia dwóch okręgów;	umie udowodnić twierdzenie o kącie dopisanym do okręgu;
potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające;	umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych.	wie, co to jest kąt dopisany do okręgu;	potrafi rozwiązywać zadania złożone, wymagające wykorzystania równocześnie kilku poznanych własności;	umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.
potrafi obliczyć sumę miar kątów		zna twierdzenie o kątach wpisanym i dopisanym do okręgu, opartych na	potrafi rozwiązywać zadania o	

w wielokącie;		tym samym łuku;	dotyczące stycznych i siecznych;	
zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, środek okręgu, cięciwa, średnica, łuk okręgu;	potrafi wykorzystywać twierdzenie o stycznej do okręgu przy rozwiązywaniu prostych zadań;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;	przeprowadza dowody dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt oraz okręgu opisanego na trójkącie;	
potrafi określić wzajemne położenie prostej i okręgu, podaje poprawnie nazwy siecznej i stycznej;	zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące położenia dwóch okręgów;		
zna definicję stycznej do okręgu;	potrafi zastosować twierdzenie o stycznej i siecznej w rozwiązywaniu prostych zadań;	potrafi przeprowadzać konstrukcje geometryczne		
zna twierdzenie o stycznej do okręgu;	potrafi zastosować twierdzenie o cięciwach;	stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach		
zna twierdzenie o odcinkach stycznych;	rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie	rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt;		
umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów;	rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny			
posługuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt środkowy koła;				
zna twierdzenie o stycznej i siecznej;				
zna twierdzenie o cięciwach;				
zna pojęcia okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt;				
potrafi opisać okrąg na trójkącie i wpisać okrąg w trójkąt;				

### XIII. TRYGNOMETRIA.

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;	potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;	potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;	potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.
potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;	zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;	potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;	potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.
potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);	potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;	potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;		potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.
potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;		potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone)	potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;	
zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;		potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne:	potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne;	
zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;	potrafi stosować wzory redukcyjne kątów: $90^\circ \pm \alpha$ ; $180^\circ \pm \alpha$ w obliczaniu wartości wyrażeń;	potrafi stosować wybrane wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;		
potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta	umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze $\alpha$ , gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta;			

zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;	potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;			
Zna wzory redukcyjne kątów: $90^\circ \pm \alpha$ ; $180^\circ \pm \alpha$ ;	potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;			
	potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;			

#### XIV. GEOMETRIA ANALITYCZNA.

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
<i>wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą;</i>	<i>potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji;</i>	<i>potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.;</i>	<i>potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami) interpretującego liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej;</i>	<i>rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;</i>
<i>potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;</i>	<i>potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY;</i>	<i>potrafi wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt punkt należący do jej wykresu;</i>	<i>sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe</i>	<i>potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności</i>
<i>rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej;</i>	<i>potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);</i>		<i>rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;</i>	<i>potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej wymagające nieszablonowych rozwiązań;</i>
<i>zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;</i>	<i>potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego</i>		<i>zna definicję wektora na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych);</i>	

	<i>argumentu;</i>			
<i>potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);</i>	<i>potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;</i>		<i>wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;</i>	
<i>potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;</i>	<i>potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć);</i>		<i>potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;</i>	
<i>potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne);</i>			<i>zna prawa dotyczące działań na wektorach;</i>	
<i>potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;</i>			<i>potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;</i>	
<i>potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji;</i>		<i>potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych</i>	<i>potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;</i>	
<i>zna twierdzenie o współczynniku kierunkowym (wzór);</i>		<i>potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;</i>	<i>potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;</i>	
<i>potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;</i>		<i>potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych paraboli i okręgu;</i>	<i>potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;</i>	

potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;		potrafi rozwiązywać algebraicznie oraz podać jego interpretację graficzną układ równań;		
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;		potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;		
potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców	potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;			
zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;			
zna definicję równania ogólnego prostej;	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);			
potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;	potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt;			
zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;	potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;			
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;	potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;			
potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;	potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);			
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;	potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na			

	podstawie stosownych obliczeń);			
potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;				
umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;				
potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;				

## XV. GEOMETRIA PŁASKA – ROZWIĄZYWANIE TRÓJKĄTÓW, POLE KOŁA, POLE TRÓJKĄTA.

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna twierdzenie sinusów;	potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;	potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;	potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;	potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.
zna twierdzenie cosinusów;	potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;	potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;	rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)	potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;	potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń

zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;		
potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;	potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;			
zna twierdzenie o polach figur podobnych;	umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;			
zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;				
wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań				

## XVI. WIELOMIANY

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej;	potrafi sprawdzić czy wielomiany są równe;	potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego wielomiany są równe;	potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych;	potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące wielomianów, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów
potrafi wskazać jednomiany podobne;	potrafi rozwiązywać proste zadania, w których wykorzystuje się twierdzenie o równości wielomianów;	potrafi sprawnie wykonywać działania na wielomianach;		
potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej;	sprawnie przekształca wyrażenia zawierające wzory skróconego mnożenia stopnia 3;	rozkłada wyrażenia na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia na sześciiany;		
potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco);	potrafi usunąć niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia na sumę (różnicę sześcianów)	stosuje wzory skróconego mnożenia na sześciiany do rozwiązywania różnych zadań;		
potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej;	potrafi zastosować wzór $a^n - b^n$	przeprowadza dowody algebraiczne z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia stopnia wyższego niż 2;		
potrafi podać przykład wielomianu uporządkowanego, określonego stopnia	potrafi podzielić wielomian przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera;	potrafi wykorzystać podzielność wielomianów w rozwiązywaniu zadań;		
potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu;	potrafi sprawdzić, czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;	zna i potrafi stosować twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych;		
potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej;	potrafi stosować twierdzenie Bezouta w rozwiązywaniu zadań;	potrafi sprawnie rozkładać wielomiany na czynniki (w		

		tym stosując „metodę prób”);		
potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów;	potrafi stosować twierdzenie o reszcie w rozwiązywaniu zadań;	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe;		
rozumie pojęcie wielomianów równych i potrafi podać przykłady takich wielomianów;	potrafi wyznaczyć wielomian, który jest resztą z dzielenia wielomianu o danych własnościach przez inny wielomian;			
potrafi rozpoznać wielomiany równe;	potrafi rozłożyć wielomian na czynniki gdy ma podany jeden z pierwiastków wielomianu i konieczne jest znalezienie pozostałych z wykorzystaniem twierdzenia Bezouta;			
zna następujące wzory skróconego mnożenia:	potrafi rozwiązywać równania wielomianowe, które wymagają umiejętności rozkładania wielomianów na czynniki poprzez wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia lub metody grupowania wyrazów;			
$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	potrafi rozwiązywać nierówności wielomianowe (korzystając z siatki znaków, posługując się przybliżonym wykresem funkcji wielomianowej) w przypadku gdy wielomian jest przedstawiony w postaci iloczynowej;			
$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$				
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ ;				
zna wzór $a^n - b^n$				
potrafi podzielić wielomian przez dwumian				
potrafi podzielić wielomian przez dowolny wielomian;				
potrafi określić krotność pierwiastka wielomianu;				

zna twierdzenie Bezouta;				
zna twierdzenie o reszcie;				
potrafi rozłożyć wielomian na czynniki poprzez wyłączenie wspólnego czynnika poza nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia, zastosowanie metody grupowania wyrazów;				

## XVII. UŁAMKI ALGEBRAICZNE. RÓWNANIA WYMIERNE

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej	potrafi rozwiązywać proste zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych	potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych	potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową)	potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem
potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego	potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z wartością bezwzględną	potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod
potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie	rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem)	potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych (także z wartością bezwzględną)	
potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i	rozwiązuje proste zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernych	potrafi dowodzić własności funkcji wymiernej	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z parametrem	

dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań				
potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych	potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej	potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie	potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych	
zna definicję równania wymiernego		potrafi naszkicować wykres funkcji homograficznej z wartością bezwzględną i na podstawie wykresu funkcji opisać własności funkcji	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące własności funkcji homograficznej	
potrafi rozwiązywać proste równania wymierne		potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z wartością bezwzględną i parametrem, na podstawie wykresu funkcji homograficznej, we wzorze której występuje wartość bezwzględna		
zna definicję nierówności wymiernej		potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych		
potrafi rozwiązywać proste nierówności wymierne				
wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności				
wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem				
zna definicję funkcji wymiernej				
potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej				
zna definicję funkcji homograficznej				

$y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , gdzie $c \neq 0$ $i ad - cb \neq 0$				
potrafi przekształcić wzór funkcji $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , gdzie $c \neq 0$ $i ad - cb \neq 0$ do postaci $y = \frac{k}{x-p} + q$				
potrafi naszkicować wzór funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$				
potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji homograficznej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi $OY$				
potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$				

## XVIII. CIĄGI

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna definicję ciągu (ciągu liczbowego)	potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;	wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym	potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu	potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach
potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym	potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady)	wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki	potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych;	
wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych	potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne);	potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;	potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności;	
potrafi narysować wykres ciągu	wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone	wyznacza wartości zmiennych tak,	rozwiązuje równania z	

liczbowego określonego wzorem ogólnym	rekurencyjnie	aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny	zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego	
potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych	wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny	wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny	potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności	
zna definicję ciągu arytmetycznego	oblicza oprocentowanie lokaty	potrafi wyprowadzić wzór na sumę $n$ kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu	
potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych;	określa okres oszczędzania	stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu	
potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny	bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby	określa monotoniczność ciągu geometrycznego	zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie o trzech ciągach do obliczenia granicy danego ciągu	
wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę	oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych	wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny	potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym.	
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na $n$ -ty wyraz ciągu arytmetycznego;	oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego	potrafi wyprowadzić wzór na sumę $n$ kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego		
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę $n$ kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;		stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań		
zna definicję ciągu geometrycznego;		wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny		
potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych		potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;		
potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest		potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym		

geometryczny;				
wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz		potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym		
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego;		rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym		
zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;		oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych		
potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;		zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego		
oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji		zna i potrafi stosować twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych		
rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego;		stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym		
zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych;				
potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady);				
potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego;				
zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu;				
sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny				

## XIX. KOMBINATORYKA. DWUMIAN NEWTONA. TRÓJKĄT PASCALA

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia;	wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań	oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji	oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki
zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji;	wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań	rozwiązuje zadania z parametrem z wykorzystaniem wzoru Newtona	prowadzi dowody z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki	
zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji;	wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań		prowadzi dowody z wykorzystaniem symbolu Newtona, wzoru Newtona lub trójkąta Pascala	
zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji;	wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań			
zywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów;	umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności			
stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek	wyznacza rozwinięcia wzoru Newtona			
przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia	w oparciu o wzór Newtona wyznacza wyznacza w rozwinięciu wartości poszczególnych wyrazów			

wypisuje permutacje danego zbioru	rozwiązuje zadania z zastosowaniem własności symbolu Newtona			
oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru				
przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni				
oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń				
oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami				
stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek				
zna symbol Newtona				
oblicza wartość symbolu Newtona				
zna własności symbolu Newtona				
zna pojęcie trójkąta Pascala i korzysta z niego				

## XX. GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna podział czworokątów;	potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków;	umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;	
potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne;	potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące trapezów wpisanych w	potrafi stosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na	potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki	

poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu;	okrąg i opisanych na okręgu, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych własności trapezu;	czworokacie, w rozwiązywaniu złożonych zadań o średnim stopniu trudności;	przekątnych trapezu;	
wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa $180^\circ$ i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań;	korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.)	potrafi zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokacie do rozwiązania zadań o średnim stopniu trudności dotyczących trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu;	potrafi wyprowadzić wzór na pole czworokąta opisanego na okręgu w zależności od długości promienia okręgu i obwodu tego czworokąta;	
zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu ;	potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów.		korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów.	
potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów;	umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt;			
zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;				
wie, jakie własności ma romb;				
zna własności prostokąta i kwadratu;				
wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur;				
zna własności deltoidu;				
rozumie, co to znaczy, że czworokąt jest wpisany w okrąg, czworokąt jest opisany na okręgu;				
zna warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było okrąg wpisać w czworokąt oraz aby można było okrąg opisać na czworokacie; potrafi zastosować te warunki w rozwiązywaniu prostych zadań;				
potrafi wymienić nazwy czworokątów, w				

które można wpisać, i nazwy czworokątów, na których można opisać okrąg;				
zna i rozumie definicję podobieństwa;				
potrafi wskazać figury podobne;				

## XXI. GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna twierdzenie o polach figur podobnych;	potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;	potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;	potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;	potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.
zna twierdzenie sinusów;	potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;	potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;	rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)	potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
zna twierdzenie cosinusów;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;	potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń
rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o		potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu

	<i>na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;</i>	<i>polach figur podobnych;</i>		trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń.
<i>zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;</i>	<i>potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;</i>	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).	potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku;	
<i>potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;</i>	<i>umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;</i>		potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu;	
<i>zna twierdzenie o polach figur podobnych;</i>			potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu;	
<i>zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;</i>			potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).	
<i>wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań</i>				

potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie;			
zna wzory na pole równoległoboku;	zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności.			
zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;				
zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;				

## XXII. ELEMENTY ANALIZY MATEMATYCZNEJ

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu	uzasadnia, korzystając z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące badania ciągłości funkcji w punkcie i zbiorze	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące różniczkowości funkcji	rozwiązuje zadania nietypowe stosując analizę matematyczną;
zna i rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie	oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice	stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczenia wartości najmniejszej oraz największej funkcji w danym przedziale	potrafi zastosować wiadomości o styczności do wykresu funkcji w rozwiązywaniu różnych zadań	

	w tym punkcie	domkniętym		
oblicza granice funkcji w punkcie	oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie	zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech funkcjach	potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk	
zna twierdzenia dotyczące obliczania granic w punkcie	stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie	zna własności funkcji ciągłych i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań (twierdzenie Darboux oraz twierdzenie Weierstrassa)	potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji	
oblicza granice funkcji w nieskończoności	sprawdza ciągłość funkcji w punkcie	potrafi wyznaczyć równania asymptot wykresu funkcji, we wzorze których występuje wartość bezwzględna (o ile istnieją)	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności	
oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie	sprawdza ciągłość funkcji	zna związek pomiędzy ciągłością i różniczkowalnością funkcji		
oblicza granice niewłaściwe funkcji w punkcie	wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji	potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna		
wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji	stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania	potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych		
wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji	potrafi zbadać, czy dana funkcja jest różniczkowalna w danym punkcie (zbiornie)	wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki		
zna i rozumie pojęcie funkcji ciągłej w punkcie	potrafi wyznaczyć równanie stycznej do wykresu danej funkcji	wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna		
korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie	potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej	wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie		
zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji	potrafi wyznaczyć ekstrema funkcji wymiernej			
zna i rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie	potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość danej funkcji wymiernej w przedziale domkniętym			
potrafi sprawnie wyznaczać	potrafi zbadać przebieg zmienności danej			

pochodne funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów	funkcji wymiernej i narysować jej wykres			
zna i rozumie warunki konieczny istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej	potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych			

## XXIII. TRYGNOMETRIA

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;	potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;	potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;	potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.
potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;	zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;	potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;	potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.
potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);	potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;	potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;	potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;	potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.
potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;	potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta	wie, co to jest miara główna kąta skierowanego i potrafi ją wyznaczyć dla dowolnego kąta;	potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne;	potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod

				rozwiązania
zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;	potrafi określać w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta;	potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów mając informacje pozwalające na ustalenie współrzędnych punktu znajdującego się na końcowym ramieniu kąta	potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej;	
wie co to jest miara łukowa kąta;	potrafi stosować wzory redukcyjne w obliczaniu wartości wyrażeń;	potrafi rozwiązywać zadania z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej	potrafi określić dziedzinę funkcji i naszkocować jej wykres, w przypadkach gdy wzór funkcji wymaga przekształcenia;	
potrafi zamieniać stopnie na radiany i radiany na stopnie	potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramię leży na prostej o równaniu $y=ax$	potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone)	potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując kilka przekształceń: przesunięcie wykresu o wektor oraz $y = s \cdot f(x)$ oraz $y = f(s \cdot x)$ , gdzie $s \neq 0$ ;	
zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;	umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze $a$ , gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta;	potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne:		
umie podać znaki wartości funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach;	potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;	potrafi stosować wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;		
potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta	potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;	potrafi zbadać, czy funkcja trygonometryczna jest parzysta (nieparzysta);		
zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;	zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych w stopniach oraz radianach;	potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej;		
zna wzory redukcyjne;	potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;	potrafi ustalać argumenty dla których wartości funkcji sinus i cosinus spełniają określone warunki;		

potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \sin x$ i omówić jej własności;	potrafi ustalać znak i porównywać wartości funkcji trygonometrycznych dla podanych kątów, korzystając z wykresów	potrafi ustalać najmniejszą i największą wartość wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;		
potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \cos x$ i omówić jej własności;	potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznej (w prostych przypadkach);	potrafi obliczać wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów;		
potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \operatorname{tg} x$ i omówić jej własności;	wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;	potrafi szkicować wykresy funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$ ;		
potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \operatorname{ctg} x$ i omówić jej własności;		potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując jedno z przekształceń, jak przesunięcie wykresu o wektor oraz $y = s \cdot f(x)$ oraz $y = f(s \cdot x)$ , gdzie $s \neq 0$ ;		
potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: symetria osiowa względem osi OX, symetria osiowa względem osi OY, symetria środkowa, względem punktu (0, 0), przesunięcie równoległe o dany wektor)	potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych;	potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: $y =  f(x) $ , $y = f( x )$ , $y = s \cdot f(x)$ oraz $y = f(s \cdot x)$ , gdzie $s \neq 0$ ;	potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych;	
zna wzory na sinus i cosinus sumy/różnicy kątów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań;	oblicza granice funkcji, w których we wzorze występują funkcje trygonometryczne	potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych w których we wzorach występuje pierwiastek	potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzorów na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzorów na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta;	
potrafi stosować wzory na sumę/różnicę funkcji trygonometrycznych	oblicza pochodne funkcji, w których występują funkcje trygonometryczne korzystając z poznanych wzorów na sumę/różnicę/iloczyn/iloraz pochodnych	potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do	potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wartością bezwzględną z zastosowaniem poznanych wzorów;	

		przekształcania wyrażeń trygonometrycznych;		
zna granice funkcji $\frac{\sin x}{x}$ przy $x$ dążącym do 0		potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wykorzystaniem tożsamości trygonometrycznych	potrafi rozwiązywać równania/nierówności trygonometryczne w których występuje parametr	
zna wzory na pochodne funkcji trygonometrycznych i umie je stosować		potrafi obliczyć pochodne funkcji złożonych, w których występują funkcje trygonometryczne	potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne w których występują pochodne funkcji trygonometrycznych, równania/nierówności trygonometryczne	
		potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji, w których wzorze występuje funkcja trygonometryczna		

## XXIV. GEOMETRIA ANALITYCZNA

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna określenie wektora w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy;	potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora	potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe	rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;
potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora	potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych	rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;	potrafi wyprowadzać wzory z geometrii analitycznej (sinus i cosinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; odległość punktu od prostej)
potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)	potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;	potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;	potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;	

<i>zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych w geometrii analitycznej</i>	<i>potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;</i>	<i>potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;</i>	<i>potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;</i>	
<i>potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)</i>	<i>potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;</i>		<i>potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;</i>	
<i>zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;</i>	<i>potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);</i>		<i>potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;</i>	
<i>potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);</i>	<i>potrafi stosować warunek równoległości oraz prostokątności prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt;</i>	<i>rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry</i>	<i>potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności</i>	
<i>potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;</i>	<i>potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;</i>	<i>rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów</i>	<i>potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej stosując analizę matematyczną</i>	
<i>potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;</i>	<i>potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;</i>	<i>rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest pole)</i>		
<i>potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;</i>	<i>potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);</i>	<i>stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności</i>		
<i>potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;</i>	<i>potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);</i>	<i>dobiera tak wartość parametru, aby dane okręgi były styczne/rozłączne/przecinające się</i>		

<i>zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;</i>		potrafi wykazać, że dane przekształcenie jest/nie jest izometrią		
<i>potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców</i>				
<i>zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);</i>				
<i>zna definicję równania ogólnego prostej;</i>				
<i>potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;</i>				
<i>zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;</i>				
<i>rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;</i>				
<i>potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;</i>				
<i>potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;</i>				
<i>potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;</i>				
<i>umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;</i>				
<i>potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;</i>				
zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych	potrafi stosować w zadaniach wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory			

potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne	potrafi zastosować w zadaniach warunki na prostopadłość i równoległość wektorów			
zna definicję kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory	potrafi obliczyć pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki			
zna wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory	potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń)			
zna warunki na prostopadłość i równoległość wektorów	potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);			
zna i potrafi stosować w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej	potrafi wyznaczyć równanie stycznej do okręgu;			
zna wzór na pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki	potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach;			
potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi	potrafi rozwiązywać proste zadania z zastosowaniem jednokładności.			
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;	potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu			
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;				
potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;				
umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;				
potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;				

zna pojęcie stycznej, siecznej i prostej rozłącznej do okręgu				
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;				
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;				
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;				
wie, jakie przekształcenie nazywamy izometrią				
zna pojęcie jednokładności o środku S i skali $k \neq 0$ (także w ujęciu analitycznym);				

## XXV. FUNKCJA WYKŁADNICZA

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
<i>potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;</i>		<i>sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki;</i>	<i>potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym;</i>	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem o podwyższonym stopniu trudności;
<i>zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach;</i>		<i>sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie;</i>	<i>porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki;</i>	potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych

zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach;		sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;		
potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;		potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias;		
potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	potrafi zapisać daną liczbę w postaci potęgi o wskazanej podstawie	potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze stosując metodę podstawiania	
stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań	potrafi uprościć wyrażenia zawierające potęgi	potrafi interpretować graficznie równania wykładnicze z parametrem	potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wykładniczych	
zna definicję funkcji wykładniczej	potrafi porównywać potęgi	potrafi badać, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych	potrafi stosować wiadomości o funkcji wykładniczej w różnych zadaniach (np., dotyczących ciągów, trygonometrii, itp.	
potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji	potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu	potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji wykładniczej oraz potęg	potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności wykładniczych	
potrafi obliczać wartości funkcji dla danych argumentów	potrafi wyznaczyć wzór funkcji wykładniczej w oparciu współrzędne punktu/punktów należących do wykresu funkcji	potrafi rozwiązać równania oraz nierówności wykładnicze korzystając z wykresów odpowiednich funkcji wykładniczych	potrafi rozwiązywać zadania stosując własności funkcji wykładniczych	
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw	potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor i symetrie względem osi układu (złożenie przekształceń)	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze korzystając z różnowartościowości oraz monotoniczności funkcji	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem;	
potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych ( $S_{0x}$ , $S_{0y}$ , $S(0,0)$ ), przesunięcie równoległe o		potrafi rozwiązywać nierówności łączące funkcję wykładniczą oraz inny typ funkcji (np. liniową)	potrafi wykorzystać funkcję wykładniczą do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych	

dany wektor)			w kontekście praktycznym	
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor albo symetrię względem osi układu		potrafi wykorzystać funkcję wykładniczą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym		
zna pojęcie równania wykładniczego oraz nierówności wykładniczej				
potrafi rozwiązywać algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze				

## XXVI. FUNKCJA LOGARYTMICZNA

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji;	potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi;	zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach;	potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu;	potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych.
zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana;	potrafi zamienić podstawę logarytmu;	rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń;	potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmów;
zna pojęcie logarytmu dziesiętnego;		potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami;		potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne z parametrem;
potrafi podać założenia i zapisać w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy	stosuje do obliczeń logarytmu równości wynikające z definicji logarytmu	potrafi stosować twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowadniania równości wyrażeń	potrafi udowodnić twierdzenia o logarytmach, twierdzenie o zamianie podstaw logarytmów	potrafi udowodnić niewymierność logarytmu (np. $\log_2 3$ )
zna definicję funkcji logarymicznej;	zna i potrafi stosować własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń	potrafi graficznie rozwiązywać równania, nierówności układy	potrafi wykorzystać własności funkcji logarymicznej	potrafi w dowodach o podwyższonym stopniu

		równań z zastosowaniem wykresów funkcji logarytmicznych;	do rozwiązywania zadań z parametrem	trudności korzystać z twierdzeń i własności funkcji logarytmicznej
potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji;	potrafi stosować twierdzenie o zmianie podstaw logarytmów do obliczania wartości wyrażeń oraz przekształcania wyrażeń z logarytmami	potrafi wykorzystać własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań różnego typu	potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym	
potrafi określić dziedzinę funkcji logarytmicznej;	wyznacza podstawę logarytmu/liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu	potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym	potrafi prowadzić dowody opierające się o twierdzenie o zmianie podstaw logarytmów	
potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;	podaje odpowiednie założenia dla dla podstawy oraz liczby logarytmowanej	potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej	potrafi interpretować graficznie równania logarytmiczne z parametrem	
potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu;	potrafi obliczyć/wyznaczyć przybliżoną wartość logarytmu mając przybliżenie innego logarytmu (np. wyznaczyć $\log_2 20$ wiedząc, że $\log_2 5 = p$ )	potrafi rozwiązać równania oraz nierówności logarytmiczne korzystając z wykresów odpowiednich funkcji logarytmicznych	potrafi stosować wiadomości o funkcji logarytmicznej w różnych zadaniach (np., dotyczących ciągów, trygonometrii, itp.	
potrafi przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych ( $S_{Ox}$ , $S_{Oy}$ , $S(0,0)$ , przesunięcie równoległe o dany wektor);	potrafi wyznaczyć wzór funkcji logarytmicznej gdy dany jest punkt należący do wykresu	potrafi rozwiązywać nierówności łączące funkcję logarytmiczną oraz inny typ funkcji (np. liniową)	potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności logarytmicznych	
	potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji logarytmicznej o określonej dziedzinie	potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej	potrafi rozwiązywać zadania o [podwyższonym stopniu trudności stosując własności funkcji logarytmicznych oraz poznane twierdzenia	
	potrafi algebraicznie rozwiązywać proste równania oraz nierówności logarytmiczne;	potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych z wartością bezwzględną	potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne z parametrem;	
	rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje umiejętność	potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne	potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne	

	rozwiązywania prostych równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych (lokaty bankowe, rozpad substancji promieniotwórczych itp.)	z wartością bezwzględną	wprowadzając zmienną pomocniczą;	
	postępuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp.	potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności logarytmicznych	potrafi naszkicować zbiór punktów płaszczyzny spełniających dane równanie lub nierówność z dwiema niewiadomymi, w których występują logarytmy	
		potrafi rozwiązywać równania wykładniczo-potęgowo-logarytmiczne		

## XXVII. ELEMENTY STATYSTYKI

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	
zna podstawowe pojęcia statystyki opisowej: obserwacja statystyczna, populacja generalna, próba, liczebność próby, cecha statystyczna (mierzalna, niemierzalna)	potrafi interpretować dane statystyczne odczytane z tabel, diagramów i wykresów	potrafi rozwiązywać zadania ze statystyki opisowej o średnim stopniu trudności.	potrafi stosować wiadomości ze statystyki w różnych nietypowych zadaniach	
zna i rozumie pojęcie skali centylowej	potrafi określać zależności między odczytanymi danymi;	oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych w niestandardowy sposób	wykorzystuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności pojęcia statystyczne	
zna i rozumie pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, wariancji i odchylenia standardowego,	potrafi interpretować średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i odchylenie standardowe	oblicza odchylenie standardowe i wariancję danych przedstawionych w niestandardowy sposób		
potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów	wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną	rozwiązuje nietypowe zadania w których występuje średnia ważona		
potrafi przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;	wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę	potrafi interpretować dane statystyczne, ze szczególnym		

		uwzględnieniem miar rozrzutu oraz skali centylowej		
potrafi interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne.	potrafi korzystać ze skali centylowej			
potrafi policzyć średnią arytmetyczną zestawu danych	wyznacza modę i medianę danych przedstawionych diagramami			
wyznacza medianę i dominantę zestawu danych	wyznacza modę i medianę pogrupowanych danych			
potrafi obliczyć wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych	potrafi obliczyć wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami			
potrafi obliczyć średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami	stosuje w zadaniach średnią ważoną			

## XXVIII. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się;	wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń	umie udowodnić własności prawdopodobieństwa;	stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń	potrafi udowodnić, że prawdopodobieństwo warunkowe spełnia warunki aksjomatycznej definicji prawdopodobieństwa;
potrafi określić zbiór wszystkich zdarzeń danego doświadczenia losowego, obliczyć jego moc oraz obliczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu;	potrafi zastosować twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń	umie stosować własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań „teoretycznych”;	stosuje wzór do Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny	potrafi udowodnić wzór na prawdopodobieństwo całkowite
zna pojęcie zdarzenia niemożliwego i pewnego; potrafi podać przykłady takich zdarzeń	potrafi sprawdzić, czy zdarzenia się wykluczają	rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o średnim stopniu trudności	oblicza prawdopodobieństwo w doświadczeniach wieloetapowych	udowadnia wzór Bayesa
potrafi stosować klasyczną definicję prawdopodobieństwa w rozwiązaniach	potrafi rozwiązywać proste zadania	potrafi obliczać prawdopodobieństwo całkowite	wykorzystuje wzór Bernoulliego do obliczania	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki

zadań;	dotyczące niezależności zdarzeń.	zdarzeń	prawdopodobieństwa co najmniej $k$ sukcesów w $n$ próbach	i rachunku prawdopodobieństwa.
zna i rozumie aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa	zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań;	potrafi stosować wzór Bayesa;	rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o podwyższonym stopniu trudności	
umie obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego	zna określenie prawdopodobieństwa warunkowego i umie rozwiązywać proste zadania dotyczące takiego prawdopodobieństwa;	wie i rozumie na czym polega niezależność $n$ zdarzeń ( $n \geq 2$ ).	proceedzi dowody wykorzystujące własności prawdopodobieństwa i poznane wzory	
zna definicję prawdopodobieństwa warunkowego	rozwiązuje proste zadania za pomocą drzewa stochastycznego;	Wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w zadaniach o średnim stopniu trudności		
potrafi podać pary zdarzeń przeciwnych i wykluczających się	wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych zadaniach	stosuje wzór na prawdopodobieństwo warunkowe do wyznaczania prawdopodobieństwa sumy, iloczynu i różnicy zdarzeń		
zna wzór na prawdopodobieństwo całkowite	potrafi zastosować prawdopodobieństwo całkowite w rozwiązaniu prostych zadań;	stosuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa $k$ sukcesów w $n$ próbach		
potrafi sprawdzić, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym	zna wzór Bayesa	oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej i potrafi określić, czy gra jest sprawiedliwa		
wie, jakie zdarzenia nazywamy niezależnymi; potrafi zbadać, posługując się definicją, czy dwa zdarzenia są niezależne;	potrafi rozwiązywać zadania w których występują zdarzenia niezależne			
	potrafi podać rozkład zmiennej losowej			

	zna wzór Bernoulliego i oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego			
--	--	--	--	--

## XXIX. GEOMETRIA PRZESTRZENNA. WIEŁOŚCIANY

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
potrafi określić położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni	potrafi sprawdzić, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi	przeprowadza wnioskowania dotycząc położenia prostych w przestrzeni	przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń
potrafi określić położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni	oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prostego oraz ostrosłupa	stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni graniastosłupa prostego	
potrafi określić położenie dwóch prostych w przestrzeni	stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa oraz ostrosłupa	stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni ostrosłupa	
rysuje figury płaskie w rzucie równoległym na płaszczyznę	oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii	rozwiązuje zadania dotyczące miar kąta między prostą a płaszczyzną, również z wykorzystaniem trygonometrii	przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych	
umie scharakteryzować prostopadłość prostej i płaszczyzny	oblicza objętość graniastosłupa prostego oraz ostrosłupa prawidłowego	rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego	rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów wielościanów z wykorzystaniem poznanych twierdzeń z planimetrii oraz	

			trygonometrii	
umie scharakteryzować prostopadłość dwóch płaszczyzn	oblicza objętość graniastosłupa pochyłego	oblicza objętości graniastosłupów oraz ostrosłupów z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii	wykorzystuje wiadomości z analizy matematycznej w rozwiązaniach zadań ze stereometrii, w zakresie wielościanów	
rozumie pojęcie odległości punktu od płaszczyzny oraz odległości prostej równoległej do płaszczyzny od tej płaszczyzny	oblicza pole powierzchni ostrosłupa mając daną jego siatkę	potrafi wyznaczać przekroje wielościanów;		
zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech prostych prostopadłych	potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między ścianami oraz obliczyć miarę tego kąta;	potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju bryły daną płaszczyzną (graniastosłupa, ostrosłupa)		
rozumie pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną		potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach prostych zadań;		
rozumie pojęcie kąta dwuściennego, poprawnie posługuje się terminem "kąt liniowy kąta dwuściennego"		potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii;		
zna określenie graniastosłupa; umie wskazać: podstawy, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość graniastosłupa				
zna podział graniastosłupów				
umie narysować siatki graniastosłupów prostych				
potrafi narysować siatkę graniastosłupa prostego, mając dany jej fragment				
potrafi narysować siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment				

zna określenie ostrosłupa; umie wskazać: podstawę, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość ostrosłupa;				
zna podział ostrosłupów;				
umie narysować siatki ostrosłupów prostych;				
potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.) oraz obliczyć miary tych kątów;				
potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (kąty między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami) oraz obliczyć miary tych kątów;				
umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych graniastosłupów				
umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych ostrosłupów				

### XXX. GEOMETRIA PRZESTRZENNA. BRYŁY OBROTOWE

PODSTAWOWE		DOPEŁNIAJĄCE		WYKRACZAJĄCE
K	P	R	D	W
zna określenie walca; umie wskazać: podstawy, powierzchnię boczną, tworzącą, oś obrotu walca	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące brył, w tym z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych wcześniej twierdzeń z geometrii płaskiej	określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną	potrafi rozwiązywać zadania, w których jedna bryła jest wpisana w drugą lub opisana na niej (ostrosłup wpisany w kulę; kula wpisana w stożek, ostrosłup opisany na kuli, walec wpisany w stożek itp.)	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń
rozumie określenie "przekrój osiowy	rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej	potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju bryły daną płaszczyzną	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące brył	wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni

walca”	walca oraz powierzchni bocznej stożka	(walca, stożka, kuli);	obrotowych (stożka, kuli, walca)	nietypowych brył, np. stożka ściętego
zna określenie stożka; umie wskazać: podstawę, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu stożka;	stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości brył obrotowych (stożka, kuli, walca)	potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach zadań	rozwiązuje zadania z geometrii przestrzennej stosując analizę matematyczną	rozwiązuje zadania nietypowe z geometrii przestrzennej stosując analizę matematyczną
rozpoznaje w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) oraz oblicza miary tych kątów	wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii		
zna określenie kuli	potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach prostych zadań			
rozumie pojęcie objętości bryły				
umie obliczyć objętość i pole powierzchni brył obrotowych (stożka, kuli, walca)				